

## Efectos dinámicos en los puentes

**L**os Ingenieros encargados de calcular los esfuerzos que deben servir de base para determinar las dimensiones de los diversos elementos que componen un puente metálico, deben preocuparse muchas veces de los efectos que va a producir en esos elementos el hecho de que las cargas que solicitan el puente vayan arrimadas de velocidades considerables. Estos efectos dinámicos que llegan a tener una importancia muy grande, varían, naturalmente, de un puente al otro, no sólo con la naturaleza de las cargas mismas, sino también con la velocidad de que ellas se encuentran animadas; así, por ejemplo es evidente que un tren expreso, que pasa sobre el puente, con una velocidad de 100 kms. por hora, producirá efectos dinámicos relativamente mucho mayores que un tren de una línea secundaria, que marche a razón de 30 kms.; de la misma manera es evidente que un tren con locomotora a vapor producirá efectos dinámicos mucho mayores que uno del mismo peso y animadas de igual velocidad, pero arrastrado por una locomotora eléctrica.

Este problema ha preocupado siempre a los Ingenieros y se han buscado muchos caminos para resolverlo, unos no han querido fijar directamente un valor al efecto dinámico, sino que lo han tomado en cuenta indirectamente, reduciendo la fatiga aceptable en el metal a medida que disminuye la luz de la viga a que pertenece la pieza que se considera; otros han fijado el valor que corresponde al efecto dinámico por medio de fórmulas, más o menos sencillas, deducidas de la experimentación, y finalmente otros han buscado la solución del problema por medio del cálculo. Es interesante estudiar esta cuestión con algún detalle y tratar de deducir una manera de proceder que sea satisfactoria y que no resulte inabordable en la práctica.

Desde luego, conviene observar que para este estudio es necesario distinguir entre las diferentes naturalezas de las cargas que solicitan a los puentes, según sea el objeto de ellos, dividiéndolos en ferroviarios, para tranvías y carreteros; y como es en los primeros en los que se producen los efectos dinámicos más notables, principiaremos por ellos.

Al estudiar un puente de ferrocarril se tiene como base para efectuar el cálculo de los esfuerzos, trenes-tipos de cargas móviles, formados de diversas maneras según los países y según la importancia de la línea en que se encuentre el puente; esos trenes-tipos producen en cada elemento del puente esfuerzos variables con la

posición del tren, y entre ellos se elige el mayor para determinar las dimensiones del elemento de que se trata; pero esos esfuerzos son los que habrían producido las cargas, obrando estáticamente, y desde el momento en que el tren recorre el puente con cierta velocidad, el esfuerzo correspondiente a un elemento varía muy rápidamente entre límites muy extendidos, pudiendo acercarse el efecto de esa variación a la puesta en carga brusca, es decir, a duplicar el esfuerzo; se ve pues desde luego la necesidad de multiplicar el esfuerzo estático por un coeficiente de efecto dinámico, que llamaremos  $K_d$ , para tomar en cuenta el suplemento correspondiente.

En el párrafo anterior he señalado una causa del efecto dinámico; pero hay muchas otras, y conviene tenerlas presentes para poder formarse criterio sobre la cuestión. Desde luego, la locomotora a vapor tiene movimientos producidos por la falta de equilibrio dinámico de las piezas en movimiento, que son inevitables y que producen aumentos periódicos notables en los esfuerzos verticales, transmitidos a los rieles; estos aumentos son periódicos, y su intensidad y su período dependen de las disposiciones de cada locomotora y de la velocidad con que circula el tren. Aparte de estas causas de esfuerzos dinámicos, hay otras, como la fuerza centrífuga desarrollada por la deformación de las vigas, las irregularidades de las ruedas, principalmente las de la locomotora y los defectos de los rieles que originan golpes más o menos violentos según sea la importancia de esos defectos, es decir, el estado de conservación de la vía y del material rodante, y según sea también la velocidad de circulación. El conjunto de todas estas acciones dinámicas hace que el riel reciba en un punto dado cargas momentáneas mucho mayores que las que se producirían, si ellas obraran estáticamente.

Estas cargas, ya bastante superiores a veces a las cargas estáticas, se transmiten más o menos directamente a los elementos del puente por medio de los rieles mismos, de los órganos de soporte de ellos, longuerinas y durmientes, con o sin interposición de iastre, de las longuerinas y por último de los travesaños, si se trata de un puente de cierta importancia; de manera que cada elemento del puente recibirá los esfuerzos que se habían transmitido al riel, más o menos atenuados, es decir, con un coeficiente dinámico diferente, según sean el número y las características de los elementos que intervengan en su transmisión, es decir, que el suplemento por efecto dinámico será mayor por ejemplo en una longuerina que en una viga principal, porque aquella es más corta, de menor peso y recibe más directamente el efecto de las cargas.

El solo enunciado del problema de los efectos dinámicos de las cargas móviles en los puentes, permiten formarse la idea de que no es posible buscar una solución de él que corresponda a un caso dado, pues los elementos que intervienen en el problema son muchos y algunos de ellos no pueden ser conocidos. En efecto, dejando a un lado lo relativo a los datos de la pieza que se considera (su peso, su momento de inercia, las características del metal de que se compone, etc.,) que pueden conocerse cuando se trata de una obra proyectada o construída, no se puede tener seguridad acerca de los demás elementos, ni siquiera en lo que se refiere a la locomotora misma, porque las medidas efectuadas han indicado que dos locomotoras iguales no han producido efectos dinámicos también iguales, con mucha mayor razón no se pueden prever los efectos debidos a la mala conservación del equipo o de la vía. Es por eso que no hay interés en poder abordar el problema por medio

del cálculo, y mucho menos aún, cuando se trata de hacer un proyecto tomando como distribución de cargas un tren tipo, que nunca se construye y cuyos efectos dinámicos no se pueden prever por consiguiente. No quedará pues otro camino que adoptar coeficientes de seguridad especiales que tomen en cuenta los efectos dinámicos, ya sea disminuyendo las fatigas que pueden aceptarse en el material, ya sea aumentando los esfuerzos en la razón inversa; el primero de estos métodos es indirecto y el segundo es directo; los resultados a que conducen tienen que ser los mismos; pero es sin duda más racional adoptar el método directo, que es lo que se ha hecho generalmente.

En las normas chilenas para el cálculo de puentes metálicos, ya bastante anticuadas, como que en realidad datan de 1900, y por eso no se las aplica en su forma original, se ha adoptado el método indirecto, fijando una fatiga a la tracción por la fórmula:

$$R \left( \frac{11 + L}{14 + L} \right)^2$$

en que  $R$  es la fatiga aceptable para una carga estática y  $L$  es la luz, en metros de la viga en que se encuentra el elemento que se considera. Esta fórmula indica que la fatiga aceptable debe disminuir a medida que disminuye la luz de la pieza; la inversa de la cantidad entre paréntesis de esta fórmula  $\left( \frac{14 + L}{11 + L} \right)^2$  indicaría el valor del coeficiente de efecto dinámico, que llamaremos  $K_d$  y que es la cantidad mayor o por lo menos igual a la unidad, por la cual hay que multiplicar los esfuerzos estáticos para tomar en cuenta el suplemento debido a los efectos dinámicos.

Las normas francesas que estuvieron en vigencia hasta 1928, consideraban también de una manera indirecta el suplemento debido a los efectos dinámicos, aumentando en 30% el peso debido al eje central de la locomotora, en caso de luces pequeñas, y reduciendo la fatiga, de manera que  $K_d$  alcanza al valor 1,95, es decir, casi el doble del efecto estático; el coeficiente  $K_d$  vale 1, es decir que el suplemento dinámico es nulo para luces de 150 m. aproximadamente, que corresponde al caso en que la fatiga debida al peso propio es mayor en 25% a la debida al peso estático del tren tipo. No considero oportuno entrar en detalles acerca de las fórmulas empleadas en esas normas, porque ya están fuera de uso y en las nuevas se ha adoptado una fórmula empírica para calcular el valor de  $K_d$ , como veremos más adelante.

En estas normas y en las chilenas se ha adoptado en realidad un criterio para determinar  $K_d$ , pero se ha preferido no ponerlo de manifiesto claramente para que se vea que no se pretende calcular ese coeficiente, que tiene que ser incierto. Sin embargo, ya sea que se le haga aparecer o no, es necesario siempre calcularlo de una manera o de otra, y parece natural tratar de hacerlo directamente.

Para calcular el valor de  $K_d$ , que corresponde a un caso dado, es necesario efectuar experiencias con trenes perfectamente conocidos y medir las deformaciones producidas por ese tren obrando estáticamente y a diferentes velocidades, y deducir de ellas el coeficiente de efecto dinámico  $K_d$ , correspondiente; con una serie nu.

merosa de experiencias se pueden formar gráficos en los cuales se trazan curvas que representen la ley de variación de  $K_d$  y de ellas se deducen ecuaciones que permiten calcular  $K_d$ .

Las experiencias que se han hecho no son ni suficientemente numerosas ni tampoco lo bastante sistemáticas, pero sin embargo pueden permitir formarse un criterio prácticamente suficiente sobre la cuestión en las luces pequeñas medianas.

En Estados Unidos, la American Railway Engineering Association, ha reunido una serie de experiencias de esa clase y de ellas dedujo una ecuación,

$$K_d = 1 + \frac{2000}{2000 + L^2} \quad (b)$$

en que  $L$  es la longitud cargada del puente para producir el esfuerzo máximo en la pieza de que se trata, expresada en metros, adoptando en sus normas la expresión,

$$K_d = 1 + \frac{100}{100 + 1,08L} \quad (b')$$

El Ingeniero norteamericano M. Waddel ha propuesto diversas fórmulas, de las cuales reproduzco la que se refiere a los puentes para ferrocarril:

$$K_d = 1 + \frac{165}{150 + 3,28 nL} \quad (c)$$

en la cual  $n$  es el número de vías que pasan por el puente y  $L$  la luz de la viga de que se trata.

Las nuevas normas alemanas consultan tres expresiones diferentes para el valor de  $K_d$ , según sea la manera como está colocada la vía, que son:

Para vía sobre longuerinas:

$$K_d = 1,2 + \frac{17}{L + 28}$$

para vía sobre durmientes:

$$K_d = 1,19 + \frac{21}{L + 46} \quad (d)$$

para vía sobre lastre:

$$K_d = 1,11 + \frac{56}{L + 144}$$

Para las comparaciones que debemos hacer más adelante, consideraré sólo el segundo caso, que he señalado con la letra  $(d)$ , debiendo advertir que cuando la luz es superior a 50 m. se emplea el mismo valor de  $K_d$  en los tres casos.

En Austria, el ingeniero señor Melan ha propuesto las expresiones siguientes.

Para líneas de primera categoría:

$$K_d = 1 + \frac{1}{100} \left( 14 + \frac{800}{L + 10} \right) \quad (e)$$

para líneas de segunda categoría:

$$K_d = 1 + \frac{1}{100} \left( 10 + \frac{600}{L + 10} \right)$$

Posteriormente tomaremos en consideración la fórmula correspondiente a las líneas de primera categoría.

En Suiza se ha considerado en las normas para el cálculo de puentes un suplemento debido a los efectos dinámicos, que se toma en cuenta por medio de la fórmula siguiente:

$$K_d = 1 + 2(15 - L) \frac{1}{100} \quad (f)$$

que indica efectos dinámicos nulos para luces superiores a 15 m.

El ingeniero francés M. Rabut ha propuesto una expresión empírica, que da:

$$K_d = 1 + \frac{16}{16 + L^2} \quad (g)$$

según la cual el efecto dinámico es prácticamente nulo a partir de 50 m. de luz.

Las nuevas normas francesas, aprobadas en 1928, consideran directamente los efectos dinámicos por medio de la expresión:

$$K_d = 1 + \frac{0,4}{1 + 0,2L} + \frac{0,6}{1 + 4} \frac{P}{S} \quad (h)$$

en que  $P$  representa el total de las cargas permanentes que obran sobre la viga a que pertenece el elemento que se considera y  $S$  el total de las cargas móviles que producen el esfuerzo máximo sobre ese elemento.

En Inglaterra se ha adoptado el valor de  $K_d$  que corresponde a la fórmula siguiente, en medidas métricas:

$$K_d = 1 + \frac{120}{90 + 3,3L} \quad (i)$$

Hay muchas otras fórmulas empíricas destinadas a calcular el valor del coeficiente de efecto dinámico  $K_d$ , pero me parece innecesario reproducir mayor número de ellas, porque se alargaría sin objeto práctico el presente estudio y no se obtendría un resultado más cercano a las probabilidades.

Para formarse un criterio que sirva de guía, es conveniente reunir en un cuadro los resultados a que conduce la aplicación de las diferentes normas propuestas, lo que permitirá observar claramente como varía  $K_d$  a medida que se modifica la luz de la viga que se considera. Las letras que encabezan las columnas verticales son las que designan las distintas fórmulas, añadiendo la (*j*), que veremos más adelante. Para el cálculo de estas cifras se ha hecho *L* igual a la luz en todos los casos.

<i>L</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>b'</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>	<i>g</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>j</i>
1	1,55	2,00	1,98	2,08	1,64	1,87	1,28	1,94	1,95	2,27	2,07
2	1,51	1,99	1,97	2,03	1,63	1,81	1,26	1,80	1,89	2,25	2,04
5	1,42	1,98	1,96	2,00	1,60	1,67	1,20	1,39	1,80	2,13	1,98
10	1,30	1,95	1,90	1,90	1,57	1,54	1,10	1,14	1,72	1,98	1,89
20	1,23	1,83	1,83	1,76	1,51	1,41	—	1,04	1,64	1,79	1,74
40	1,13	1,55	1,71	1,60	1,43	1,30	—	1,00	1,49	1,54	1,53
100	1,05	1,18	1,48	1,30	1,34	1,20	—	—	1,16	1,29	1,23
200	1,02	1,05	1,31	1,20	1,30	1,18	—	—	1,07	1,16	1,05
300	1,01	1,02	1,24	1,14	1,25	1,15	—	—	1,02	1,10	—

El examen de las cifras contenidas en las diferentes columnas indica que los criterios con que han sido consideradas los efectos dinámicos son muy variados y parece difícil poder escoger una fórmula que corresponda a las necesidades de la práctica y cuyos resultados sean justificables; sin embargo, analizando los resultados de las diferentes fórmulas, pueden deducirse algunas consecuencias que serán de utilidad para formarse un criterio cabal.

Desde luego, puede eliminarse la fórmula suiza (*f*), que da valores muy pequeños para los efectos dinámicos y que no se aplica sino a luces menores de 15 m.; algo parecido sucede con la fórmula (*g*), de M. Rabut, que no considera efectos dinámicos en los puentes de luz mayor que 50 metros.

Entre las fórmulas americanas, la que mejor concuerda con las experiencias de la American Railway Eng. Ass., es la del señor Waddel (*c*), salvo en las luces grandes porque exagera los efectos dinámicos; algo parecido, pero en mucho mayor escala sucede con la fórmula (*b'*), de las normas de esa Asociación, que en las grandes luces considera efectos dinámicos que llegan al triple de los indicados por las experiencias.

La fórmula inglesa (*i*), da resultados un poco exagerados en las luces pequeñas, pero concuerda bien con las experiencias en las luces grandes.

Las fórmulas alemana (*d*) y austríaca (*e*) conducen a resultados bastante parecidos entre sí, pero ambas conducen a valores pequeños en las luces pequeñas y exagerados en las grandes.

La fórmula que se indica en las nuevas normas francesas (*h*), es en realidad la que tiene una forma más racional, porque el valor del efecto dinámico que indica no depende sólo de la luz de la viga que se considera sino también de su peso relativo a las cargas que obran sobre ella, lo que es lógico, pues a una misma luz pue-

den corresponder vigas de peso muy diferente, y su peso desempeña un papel muy importante en el valor de los efectos dinámicos. Probablemente se podría criticar a esa fórmula que da valores un poco bajos para los efectos dinámicos en las luces pequeñas, pues  $K_d$  tiene como límite superior 2 y es muy posible que en luces de menos de 5 m. se alcance ese valor, cuyo límite debería ser cercano de 3, puesto que la experiencia aconseja adoptar un valor igual y aun superior a 3 para el cálculo de los rieles. A mi juicio se podría recomendar esa fórmula para las luces superiores a 10 m., que es por lo demás en las que tiene importancia el hecho de que tome en cuenta el peso relativo a las vigas. Para las luces menores convendría emplear una fórmula que dé valores más grandes para  $K_d$ .

Para los efectos de la aplicación del cálculo de los efectos dinámicos, en Chile, conviene observar que en lo que se refiere a las luces pequeñas, debemos ser más bien pesimistas, porque es en las que más influyen los defectos de conservación del material rodante y de la vía, pero, en cambio, debemos ser optimistas en lo relativo a las luces grandes, porque nuestros trenes son más livianos que los europeos y que los norteamericanos, de manera que no cometeremos ningún error apreciable al admitir que para luces del orden de los 250 m, los efectos dinámicos son despreciables. En ese sentido se podría emplear una fórmula como la siguiente:

$$K_d = 1 + \frac{60 - 0,24L}{55 + L} \quad (j)$$

Que da para  $K_d$  el valor 2,06 para luces de 1 m. y 1 para luces de 250 m. Esta fórmula ha sido deducida de las mismas experiencias de la American Railway Eng. Ass. pero adoptando como límite superior 2,5 en lugar de 2, lo que está más de acuerdo con las experiencias citadas, y que probablemente no es excesivo, puesto que el coeficiente dinámico en caso de acción directa y luces pequeñísimas, como los rieles, se hace subir hasta tres.

Esta fórmula correspondería a puentes de peso mediano; cuando los datos del problema indiquen que se trata de un peso mayor o menor, creo que convendría aplicar las normas francesas para comprobar las fatigas.

La Asociación Americana que efectuó las experiencias ha corregido su fórmula de manera que el límite superior de  $K_d$  sea 2, así como lo han hecho el señor Rabut y las normas francesas de 1928, estimando que ese es un límite teórico, y lo es, en efecto, desde el punto de vista de la aplicación brusca de las cargas; pero no hay que olvidar que hay otras causas que intervienen en la formación de esos efectos dinámicos, y no tiene nada de extraño que el valor de  $K_d$  pueda ser superior a 2.

En Chile, no hay en la actualidad normas oficiales propiamente hablando, puesto que las que rigen no se aplican en la forma que tienen, porque en realidad no responden a la situación actual del material rodante en lo que se refiere al tren tipo, ni de los productos de la siderurgia en lo que se refiere a las fatigas aceptables para el metal. Cada Jefe de Oficina se ve obligado a modificar esas normas, y al hacerlo, aplica el criterio que le parece conveniente, adoptando, generalmente, algunas normas extranjeras, ya sean de Estados Unidos, porque las considera inspiradas en un espíritu más práctico, ya sean de Alemania, por considerarlos de un espíritu más científico, y unas y otras pueden no corresponder a nuestras necesidades.

Por lo que se refiere a las líneas de importancia secundaria, en las cuales los trenes circularán con menor velocidad, el señor Melan (Austria) propone, según vimos, una fórmula que da los valores del coeficiente de efecto dinámico correspondiente. Esa fórmula conduce a valores que no difieren de la relativa a las líneas principales en más de 10%, lo que parece poco para un problema de esta naturaleza. Si en las líneas de importancia secundaria se adopta una trocha angosta y trenes menos pesados, como sucede en Chile, los efectos dinámicos serán seguramente menores, por la menor velocidad de los trenes, pero, en cambio, serán relativamente mayores para una misma luz de la viga, porque el peso de ellas será menor; de manera que no se ve una razón bien clara que aconseje modificar el criterio. Si se hicieran experiencias sistemáticas para este caso, y ellas demostraran que la importancia de los efectos dinámicos es francamente diferente, sería llegado el momento de adoptar para estos puentes una fórmula especial. Es probablemente por eso que, en general, las normas para el cálculo de puentes no lo han hecho así.

En el estudio de las fórmulas para calcular el coeficiente de efectos dinámicos nos hemos ocupado únicamente de los relativos a puentes de una vía, porque la generalidad de las normas no hacen diferencia al respecto. Las fórmulas del señor Waddel son las únicas que contemplan explícitamente el caso de mayor número de vías; las normas francesas lo contemplan implícitamente, puesto que en la fórmula correspondiente figura el peso del puente. En caso que se tratara de proyectar las vigas principales de un puente de esta clase, a mi juicio, se debería adoptar la fórmula (h, de las normas francesas, que como he dicho, es la que más se acerca a lo que debe ser; su defecto es que da valores pequeños de  $K_d$  para las pequeñas luces, pero ese no es el caso de los puentes de doble vía, que por lo general son grandes, los otros se hacen, generalmente, dobles.

Respecto a los puentes de los ferrocarriles con tracción eléctrica, el criterio es también bastante variado. El señor Waddel ha propuesto la fórmula

$$K_d = 1 + \frac{120}{175 + 3,28 n \cdot L} \quad (c')$$

que para el caso de puentes de simple vía de  $K_d = 1,67$  para luz de 5 m.; 1,24 para luz de 10 m. y 1,11 para luz de 300 m. A mi juicio estos valores son excesivos, sobre todo los que se refieren a las luces grandes, naturalmente pensando en su aplicación en Chile, porque nuestros trenes son mucho menos pesados que los de Estados Unidos.

Las normas de otros países aconsejan en estos casos adoptar efectos dinámicos iguales a  $\frac{1}{4}$  o  $\frac{1}{3}$  de los que corresponden al caso de trenes a vapor. Este último criterio me parece demasiado optimista, porque la ventaja que presenta la locomotora eléctrica sobre la de vapor es que suprime la mayor parte de los movimientos no equilibrados, pero subsisten iguales las otras causas de efectos dinámicos, que sin duda son superiores al tercio del valor de  $K_d$ , que corresponde al caso de las locomotoras a vapor. Es probable que los valores convenientes se encuentren más cerca de  $\frac{1}{2}$  o los  $\frac{2}{3}$  de estos.

En caso de tranvías eléctricos, sí que parece natural que el efecto dinámico sea mucho más reducido y que convenga adoptar valores del orden de  $\frac{1}{4}$  de los que

corresponden a trenes a vapor, y probablemente menores aun, no sólo porque las cargas son mucho menores, así como las velocidades, sino porque los tranvías no forman nunca verdaderos trenes, y si pasan por un puente muy cerca unos de otros, lo hacen a pequeña velocidad, lo que disminuye mucho los efectos dinámicos.

En caso de puentes carreteros, generalmente, no se dice nada respecto a los efectos dinámicos, estimando que son despreciables. El señor Waddel ha indicado para este caso la fórmula:

$$K_d = 1 + \frac{100}{200 + 3,28 n. L}$$

que da el valor 1,46 para luz de 5 m. y 1,19 n para luz de 100 m. en caso de simple vía, que no es probable para una luz tan grande. Este último valor sería de 1,09 para doble vía. Otros autores aconsejan adoptar para  $K_d$  un décimo de lo que corresponde al tren a vapor. En realidad, el efecto dinámico en los puentes carreteros será principalmente sensible en las piezas chicas, en caso de camiones que circulan ligero, serán siempre de poca importancia relativa en caso de carretas y serán parecidos en todas las luces en caso de piños de animales, que constituyen con frecuencia la sobrecarga más desfavorable. Es probable que el criterio más razonable se encontrará entre los dos indicados.

Sería de desear que el Gobierno revisara las normas oficiales para el cálculo de puentes, poniéndolas al día, y que al hacerlo no se contentara con adoptar el criterio simplista de copiar algunas normas extranjeras, que posiblemente no correspondan a nuestras necesidades, como se ha hecho en ocasiones.