

Enlaces parabólicos en curvas de Ferrocarriles

por SAMUEL FLORES RUIZ

Para intercalar un arco de parábola entre una alineación y una curva de un trazado de ferrocarril, hay necesidad de desplazar paralelamente a sí mismas las alineaciones o las curvas hacia su centro, en una distancia tal que permita el desarrollo de dicho arco de enlace dentro de las condiciones que debe satisfacer.

Ecuación de la Parábola.—La parábola empleada como curva de enlace se llama "parábola cúbica", por ser, como veremos más adelante, sus ordenadas proporcionales al cubo de sus abcisas.

Sea M, H, N, (fig. 1) una parte del eje del trazado que comprende una alineación y una curva entre las cuales se debe intercalar una parábola de enlace, cuya ecuación se trata de determinar.

Ya hemos dicho que para realizar esta operación hay necesidad de desplazar paralelamente a sí mismas las alineaciones o las curvas hacia su centro.

Sea D, C, F, la nueva curva y A, B, C, la parábola de enlace; x e y las coordenadas rectangulares de la parábola de x_1 e y_1 las del punto C común a las dos curvas;

h el peralte y $\frac{1}{i}$ la rampa del plano inclinado del enlace.

Con los antecedentes que tenemos, busquemos el valor del radio de curvatura en un punto cualquiera M de la parábola, y llamemos x e y sus coordenadas.

Siendo la rampa del plano la fracción $\frac{1}{i}$, el peralte en el punto M será $h = \frac{x}{i}$.

Por otra parte, sabemos que la fórmula general del peralte tiene por expresión:

$$h = \frac{ev^2}{g\rho}$$

(reemplazando R de la fórmula general por ρ radio de curvatura de la parábola en el punto M).

Igualando estos dos valores de h , tenemos:

$$\frac{x}{i} = \frac{ev^2}{g} \text{ y de aquí } \rho = \frac{ev^2 i}{gx} \text{ (Para una velocidad y rampa dadas } \frac{ev^2 i}{g}$$

llega a ser constante).

En el punto C común a las dos curvas, ρ es igual a R y x a X_1

$$\text{luego } R = \frac{ev^2 i}{gx_1} \text{ y de aquí } \frac{ev^2 i}{g} = Rx_1$$

Substituyendo en (1) $\frac{ev^2 i}{g}$ por este último valor, tendremos:

$$\rho = \frac{Rx}{X_1} \quad (2)$$

Ahora bien, el radio de curvatura, según el Cálculo Diferencial, tiene por valor

$$\rho = \frac{ds^3}{dx d^2y}$$

Pero el valor ds que representa la diferencial del arco de parábola, puede reem-

plazarse, sin error apreciable, por la diferencial de la abcisa x , por cuanto la parábola se desarrolla en las vecindades del eje de las x ; y entonces tendremos:

$$\rho = \frac{dx^3}{dx d^2y} = \frac{dx^2}{d^2y}$$

Igualando este valor de ρ con el (2) e invirtiendo los términos de ambas fracciones, tendremos:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{Rx_1} \text{ integrando una vez:}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{2Rx_1} \text{ integrando nuevamente:}$$

$$y = \frac{x^3}{6Rx_1} \text{ expresión que nos da la ecuación de la}$$

parábola cúbica adoptada para el enlace del peralte.

Simplificación de la Ecuación.—Llamando I el largo del enlace, la ecuación será, reemplazando x por I :

$$y = \frac{x^3}{6IR} \quad (3)$$

Según la ecuación general del peralte, tenemos

$$h = \frac{C}{R}$$

en que C es igual a $\frac{ev^2}{g}$; y según el plano inclinado de rampa $\frac{1}{i}$, tenemos

también $h = \frac{1}{i}$; igualando estos dos valores de h :

$$\frac{C}{R} = \frac{1}{i} \text{ de donde}$$

$$iC = IR \text{ Haciendo } iC = \delta \text{ (tau)}$$

$1R = \delta$. Reemplazando en la ecuación (3) $1R$ por δ tendremos finalmente:

$$y = \frac{x^3}{6\delta} \text{ que es la ecuación de la parábola cúbica en su forma más simple, en}$$

$$\text{que } = \frac{ev^2i}{g}$$

GENERALIDADES SOBRE EL PERALTE

Peralte, en las curvas de ferrocarriles es el desnivel o mayor altura del riel exterior sobre el interior. Su objeto es contrarrestar, por la gravedad, la acción de la fuerza centrífuga desarrollada por el movimiento de los trenes al paso de la curva. Su ecuación es:

$$h = \frac{ev^2}{gR} \text{ en que } h \text{ representa el peralte, } e \text{ la trocha, } v \text{ la ve-}$$

locidad en metros por segundo, g la aceleración de la gravedad y R el radio de la curva.

Llamando C al término $\frac{ev^2}{g}$, que es constante para una trocha y ve-

locidad dadas, tenemos:

$$h = \frac{C}{R}$$

que es la fórmula general del peralte.

FUERZA CENTRÍFUGA

La fórmula que da el valor de la fuerza centrífuga, es $F = \frac{Pv^2}{gR}$ en que P es el peso del vehículo.

La fuerza centrífuga en el movimiento uniforme, nace con todo su valor en el instante en que el móvil entra en la curva; y, para contrarrestarla desde ese punto por medio del peralte, se ha empleado en la práctica un plano inclinado de pequeña rampa, cuya ubicación ha dado lugar a las tres experiencias siguientes:

a).—La primera consistía en desarrollar el plano en la línea recta de la vía, hasta alcanzar la altura del peralte en el principio de la curva. Solución que presentaba los siguientes inconvenientes: un desnivel de los rieles entre sí en la vía recta, en donde no hay fuerza centrífuga que contrarrestar, tiende a producir la inclinación del material rodante hacia el lado del riel inferior, dando lugar a esfuerzos transversales que pueden comprometer la estabilidad de la vía, y a rozamientos entre la llanta de las ruedas y la cabeza del riel, que traerían como consecuencia el desgaste prematuro del material.

b).—Para salvar ese inconveniente, se ideó, entonces, ubicar el plano inclinado dentro de la curva a partir del punto de tangencia. Solución que tampoco satisface, por cuanto tendríamos dentro de la curva, en todo el largo del plano inclinado, un trozo de vía con un peralte deficiente, que variaría desde cero en el principio de la curva, hasta su valor total en el extremo del plano; circunstancia que desarrollaría, también, esfuerzos transversales debidos a la parte de fuerza centrífuga no contrarrestada por deficiencia del peralte, y dando lugar a los mismos rozamientos indicados en el caso precedente entre la llanta de las ruedas y la cabeza del riel exterior.

c).—Por último, para aminorar los inconvenientes de los dos casos citados, la experiencia aconsejó ubicar el plano inclinado por mitad sobre la recta y la curva, dejando el punto de tangencia en el centro.

Pero, como esta última solución no eliminaba los inconvenientes expuestos, sino que los reducía en parte, se llegó, después de algunos estudios y experiencias, al empleo racional de las curvas de transición para el enlace del peralte.

Las curvas de enlace en un trazado de ferrocarril tienen, pues, por objeto facilitar o suavizar el paso de los trenes de la recta a la curva, en todo el largo del plano inclinado que conduce paulatinamente al peralte.

Ahora bien, como el peralte debe variar en razón directa de la fuerza centrífuga, y ésta en razón inversa del radio de la curva, a mayor peralte en el plano inclinado debe ir correspondiendo menor radio en la curva; pero esta condición no puede realizarse con el círculo, de radio único e invariable, sino por medio de la parábola, cuyo radio de curvatura variaría en este caso en razón inversa del peralte, desde el

infinito en el punto de tangencia, hasta confundirse con el radio de la curva circular en el extremo superior del plano inclinado.

Para mejor fijar las ideas, me voy a permitir recordar que la parábola es una curva que puede considerarse formada por una serie de arcos de círculo infinitamente pequeños, cuyos radios aumentan según una ley fija, desde el vértice en que tienen un valor mínimo, hasta el punto de tangencia o principio de la parábola en que llega a ser infinito.

Radio de curvatura de la parábola en un punto cualquiera, es el radio del arco circular infinitamente pequeño correspondiente al mismo punto, y cuyo valor se determina fácilmente por el cálculo.

De lo expuesto se deduce que el problema de las curvas de transición en las vías férreas, tiene como causa fundamental el empleo indispensable del plano inclinado, que realiza el peralte presentando en su desarrollo valores sucesivos de él, inferiores al que le corresponde.

Para hacer más suave el enlace en el punto de contacto de la parábola con el arco circular, se hace que ambas curvas sean osculatrices entre sí; con lo que se determina para dicho punto, a más de la ordenada común, una misma tangente y un mismo radio de curvatura.

Se dice que dos curvas son osculatrices de un grado n cualquiera, cuando tienen un punto que llamaremos M común y n puntos infinitamente próximos al primero también comunes. En este caso, las funciones de ambas curvas tendrán en el punto M sus n derivadas consecutivas iguales.

Si esto se realiza entre un círculo y una parábola, el contacto será de segundo grado, y las ecuaciones o funciones de las dos curvas deberán tener en el punto M común, iguales las primeras deriva

$$\frac{dy}{dx},$$

que indica igualdad de tangentes, y también iguales las derivadas segundas

$$\frac{d^2y}{dx^2},$$

que significa igualdad de los radios de curvatura.

Para realizar el enlace parabólico entre la línea recta y la curva de un trazado

de ferrocarril, es indispensable, como hemos dicho anteriormente, desplazar paralelamente a sí mismas las alineaciones o las curvas hacia su centro de una cantidad δ que figura en las tablas; pero en la práctica se adopta el segundo procedimiento, es decir, se desplazan las curvas conservando la ubicación de las alineaciones, que constituyen la base del trazado y que no conviene modificar.

Al operar en el terreno, el trazado de la curva de enlace se puede realizar según los tres procedimientos siguientes:

1.º—Se hace el trazado de la parábola conjuntamente con el estacado definitivo de la línea;

2.º—Se lleva a cabo con posterioridad a dicho estacado, después de haber dibujado los perfiles transversales y determinado los chaflanes de cortes, terraplenes y galibos de obras de arte, puentes, túneles, etc.

3.º—Se introduce la curva de enlace después de construída la línea.

El primer procedimiento, que es el más recomendable por su sencillez y expedición, consiste en estacar las tangentes hasta fijar el principio y fin de la curva; y como estos puntos dividen la parábola de enlace en dos partes iguales, se aplica a partir de ellos, en el sentido de las alineaciones, una longitud igual a la mitad del largo del enlace adoptado, y se tiene así el principio de la parábola, que es el origen de las abscisas y ordenadas que dan las tablas correspondientes.

En este caso se considera la curva del trazado desplazada hacia su centro, paralelamente a sí misma de la cantidad δ sin disminuir el radio.

En el segundo procedimiento, que consistiría en introducir la curva de enlace con posterioridad al trazado definitivo, se consideraría la curva del trazado desplazada en la misma forma que en el caso anterior, pero con la diferencia de que el desplazamiento se haría disminuyendo el radio de la curva en la cantidad δ que hemos indicado.

En el terreno, habría necesidad de estacar, en todo el largo de la curva, un nuevo eje distante del primero la citada cantidad δ . En los perfiles transversales correspondientes, también, al desarrollo de la curva habría que introducir un segundo eje proyectado en el punto situado a una distancia δ del primero, que serviría de base para modificar los nuevos chaflanes de cortes y terraplenes y verificar los galibos de las obras de arte.

Este procedimiento tendría el inconveniente, a más del que significa la modificación de los perfiles, el de dificultar el trazado de la curva circular de radio disminuído en la cantidad δ , por no existir las tablas corrientes que facilitan esta operación.

El tercer procedimiento anotado, se refiere a la introducción de la curva de enlace en líneas ya construídas. El método empleado consiste en no desplazar las alineaciones ni las curvas, introduciendo un arco de círculo auxiliar de menor radio, tangente en sus dos extremos a la parábola y a la curva del trazado, respectivamente.

El simple examen de la figura que se acompaña en lámina especial, basta para comprender este sistema de enlace. Se compone de dos partes, una ocupada por la parábola y la otra por el trozo del arco de círculo auxiliar de menor radio. El plano inclinado que realiza el peralte termina en el extremo del arco parabólico.

RADIO DE LA CURVA AUXILIAR

La fórmula $L = \frac{1}{2} + \frac{r u}{R-r}$ que da el largo total del enlace, indica que el

valor de L es inversamente proporcional a la diferencia $R-r$, entre el radio de la curva y el del círculo auxiliar.

Para establecer el valor de esta diferencia, debe fijársele de antemano un límite mínimo y otro máximo, que no conviene sobrepasar.

El primero queda determinado por la conveniencia de no dar a L un largo demasiado grande, que presentaría inconvenientes para realizar el enlace en el caso de curvas y contra-curvas algo vecinas; el límite máximo lo fija el valor mismo de r , que no debe apartarse mucho del valor de R , sobre todo cuando este último tiene el valor mínimo impuesto en el trazado.

A este respecto, en Alemania, en donde este sistema de enlace con curva auxiliar se halla muy generalizado, se acepta empíricamente la proporción

$$\frac{R}{r} = \frac{20}{9}$$

que da para r valores aceptables en la práctica.

Sobre esta base existe el siguiente cuadro que nos ha servido para la confección de las respectivas tablas:

100	=	$R < 150$;	$R - r = 5$	metros
<					
150	=	$R < 300$;	$R - r = 10$	»
<					
300	=	$R < 600$;	$R - r = 25$	»
<					
600	=	$R < 1200$;	$R - r = 50$	»
<					
1200	=	$R < 2000$;	$R - r = 100$	»
<					

En este caso, para realizar en el terreno la curva de enlace, se procede de la manera siguiente:

Una vez estacado el principio o fin de curva, se aplica desde esos puntos hacia el lado de las alineaciones el valor de k que indican las tablas, y se obtiene el punto P que es el principio de la parábola y origen de las coordenadas.

Aplicando desde P el valor de l y la ordenada Y correspondiente, se tiene el punto A , término de la parábola y principio de la curva auxiliar.

Con la abscisa L y la ordenada Y se fija el punto B , fin de la curva auxiliar y principio de la curva del trazado, después del enlace parabólico.

PERALTES ADOPTADOS

Los peraltes los hemos fijado de acuerdo con lo que al respecto establece la Dirección de Obras Públicas en su "Album de tipos generales", para las dos trochas principales, en la forma siguiente:

Trocha de 1,68 m.—Para curvas comprendidas entre los radios de 200 y 700 metros se fija un peralte constante de 120 m|m. y velocidad variable; para radios entre 750 y 2 000 mts. un peralte variable y velocidad constante de 80 kilómetros por hora.

Trocha de 1,00 metro.—Para curvas comprendidas entre los radios de 80 y 200 metros se indica un peralte constante de 72 m|m. y velocidad variable. Para los radios entre 225 y 700 mts. un peralte variable y velocidad constante de 45 kilómetros por hora.

LARGO l DEL ENLACE

Trocha de 1,68 m.—El valor de l depende directamente del peralte y de la rampa aceptable que se dé al plano inclinado del enlace.

Las fórmulas que relacionan entre sí estas cantidades son, como hemos visto:

$$l = hi \text{ en que } h = \frac{eV_2}{gR}; \text{ reemplazando } h \text{ por su valor, tenemos } l = \frac{eV_2 i}{gR} \text{ y}$$

$$\text{como hemos hecho } \frac{eV_2 i}{g} = \phi \text{ (b) resulta } l = \frac{\phi}{R} \text{ (c).}$$

Se ve por estas fórmulas, que l varía proporcionalmente al cuadrado de la velocidad y en razón inversa al radio de la curva.

Para determinar el valor de l consideraremos primero el grupo de curvas comprendido entre los radios 200 y 700 metros con peralte constante igual a 120 mjm. y velocidad variable, de conformidad con el "Album de la Dirección de Obras Públicas", citado anteriormente.

En cuanto a la rampa del plano inclinado, le hemos fijado un valor constante

$$\frac{l}{i} = \frac{1}{250} = 0,004 \text{ m. que consideramos muy aceptable.}$$

1er. Grupo.

De acuerdo con estos antecedentes, el problema se reduce a determinar el valor l correspondiente a las curvas de 200 y 700 metros, y tomar en seguida su promedio

1er caso. R = 200 m.

Velocidad correspondiente al radio de 200 metros y peralte de 120 milímetros:

$$V = \sqrt{\frac{hgR}{e}} = \sqrt{\frac{0,120 \times 9,81 \times 200}{1,68}} = 11,67 \text{ m. p/s. (40 km.}$$

por hora); reemplazando este valor en la ecuación (b)

$$\phi = \frac{1,68 \times 11,67 \times 250}{9,81} = 5830$$

y llevando este valor a la ecuación (c):

$$1 = \frac{\phi}{R} = \frac{5830}{200} = 29,15 \text{ m.}$$

2.º caso. $R=700$ metros.

Velocidad correspondiente a $R = 700$ m. y peralte $h = 120$ milímetros:

$$V = \sqrt{\frac{ghR}{e}} = \sqrt{\frac{0,120 \times 9,81 \times 700}{1,68}} = 22,13 \text{ m p/s. (80 km. por hora).}$$

Reemplazando este valor en la ecuación (b):

$$\phi = \frac{1,68 \times \overline{22,13}^2 \times 250}{9,81} = 20967 \text{ y llevando este valor}$$

a la ecuación (c), tenemos:

$$1 = \frac{\phi}{R} = \frac{20967}{700} = 29,95 \text{ m.}$$

Tomando el promedio de los valores encontrados para 1 :

$$1 = \frac{29,15 + 29,95}{2} = 29,55 \text{ m.}$$

El valor adoptado es $1 = 30$ metros.

2.º Grupo.

Curvas comprendidas entre los radios de 700 y 2000 mts.

Según el Album de la Dirección de Obras Públicas, para este grupo de curva se considera el peralte variable y la velocidad constante de 80 km. por hora.

En este caso hemos mantenido para 1 el valor anterior de 30 metros, haciendo

variable la rampa del peralte desde 0,0036 para $R = 750$, hasta 0,0013 para $R = 2\ 000$ metros, según puede verse en la tabla correspondiente.

Trocha de 1.00 metros.

1er. Grupo.—Curvas comprendidas entre los radios de 80 y 200 metros, con peralte de 72 m|m. y velocidad variable.

En cuanto a la rampa, le hemos asignado un valor de

$$\frac{1}{i} = \frac{1}{278} = 0,0036.$$

Como en el caso anterior, determinaremos el valor de l correspondiente a las curvas de 80 y 200 metros y tomaremos el promedio.

1er. caso. $R = 80$ metros.

Velocidad correspondiente al radio de 80 m. y peralte de 72 m|m:

$$V = \sqrt{\frac{hgR}{e}} = \sqrt{\frac{0,072 \times 9,81 \times 80}{1,00}} = 7,51 \text{ m. p|s.}$$

(27 km. por hora); reemplazando este valor en la ecuación (b);

$$\phi = \frac{1,00 \times \overbrace{7,51}^2 \times 278}{9,81} = 1598 \quad \text{Reemplazando este}$$

valor en la ecuación (c), tenemos:

$$l = \frac{\phi}{R} = \frac{1598}{80} = 19,97 \text{ m.}$$

2.º caso. $R = 200$ metros.

Velocidad correspondiente a un radio de 200 m. peralte de 72 m|m. y rampa de 0,0036 m.:

$$V = \sqrt{\frac{hgR}{e}} = \sqrt{\frac{0,072 \times 9,81 \times 200}{1,00}} = 11,87 \text{ m. (43 km. por$$

hora) reemplazando este valor en la ecuación (b);

$$\phi = \frac{1,00 \times \frac{11,87^2}{278}}{9,81} = 3993$$

y de aquí.

$$i = \frac{\phi}{R} = \frac{3998}{200} = 19,96 \text{ m.}$$

El valor aceptado es $i = 20 \text{ m.}$

2.º Grupo.—Curvas comprendidas entre los radios de 225 y 1 700 metros.

Para este grupo de curvas, según el Album de la Dirección de Obras Públicas, se considera el peralte variable y la velocidad constante de 45 km.

En este caso, lo mismo que en el anteriormente tratado, se ha mantenido para i el valor correspondiente al primer grupo de curvas, o sea, de 20 metros; lo que hace variar la rampa del peralte desde 0,0035 m. para $R = 225$, hasta 0,0004 m., para $R = 1\ 700 \text{ m.}$, según puede verse en la tabla correspondiente.

En virtud de los cálculos expuestos, quedan justificados los largos de 30 y 20 metros que hemos adoptado para los enlaces parabólicos en las dos clase de líneas que hemos considerado, de trocha de 1,68 m. y 1,00 m., respectivamente.

Por otra parte, dichos valores están de acuerdo con el principio aceptado en la práctica de que el largo de los enlaces, en ningún caso debe ser inferior a 200 veces el valor del peralte.

En efecto, en el presente estudio el mayor peralte consultado para las líneas anchas es de 0,120 m. y $0,120 \times 200 = 24 \text{ m.}$, inferior al valor de 30 m. adoptado.

Para la trocha angosta, el mayor peralte es de 0,072 y $0,0072 \times 200 = 14 \text{ m.}$ y el largo adoptado es de 20 m.

TABLAS DE WRONECKI

“Las Tablas para el Trazado de Curvas de Vías de Comunicación” del conocido autor Th. Wronecki, que me han servido de modelo en el presente estudio, contienen una tabla de enlaces parabólicos para curvas de ferrocarriles en que se ha dado a la constante γ el valor de $20 R$; o sea, el mismo que hemos adoptado en nuestros cálculos para el caso de un enlace sin desplazamiento de curvas en líneas ya construídas.

Ahora bien, siendo la ecuación de la parábola empleada en ambos casos $y = \frac{x^3}{6\gamma}$

los diversos elementos del enlace, correspondientes a iguales valores de R deberían coincidir en las dos tablas; sin embargo, comparando los resultados, aparecen algunas diferencias que aunque pequeñas, no deben pasar desapercibidas.

En el cuadro, debidamente comprobado, que a este respecto acompaño, puede verse que los mayores desacuerdos corresponden al largo total L del enlace, y alcanzan a 11,14 y 18 centímetros; diferencias que en circunstancias especiales pueden afectar a la bondad de un estacado definitivo.

ENLACE ANTES DE LA CONSTRUCCION DE LA LINEA

(al hacer el estacado)

TROCHA 168

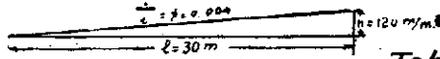


Tabla N° 1

$\varphi = 30^\circ$		$l = 30m$		$\frac{1}{2}l = 15m$		$\frac{2}{3}l = 20m$		
Radios de la parábola				Elementos		Peralte	Rampa	
R	J	Yn	Ya	φ	ce φ	h	$\frac{1}{l}$	Y
m	m/m	m/m	m/m	Grados centesimales		m/m	m/m	K.M.
200	187	94	750	4.7793	0.07522	120	4	42
225	167	83	667	4.2381	0.06667	120	4	45
250	150	75	600	3.8219	0.06011	120	4	48
275	136	68	545	3.4737	0.05462	120	4	50
300	125	62	500	3.1844	0.05006	120	4	52
325	115	57	461	2.9392	0.04601	120	4	54
350	107	53	428	2.7292	0.042896	120	4	56
375	100	50	400	2.5472	0.040190	120	4	58
400	84	47	375	2.3878	0.037627	120	4	60
450	63	42	333	2.1224	0.033351	120	4	64
500	75	37	300	1.9101	0.030013	120	4	67
550	68	34	273	1.7364	0.027282	120	4	70
600	62	31	250	1.5917	0.025008	120	4	74
650	56	29	231	1.4692	0.023082	120	4	77
700	53	27	214	1.3643	0.021433	120	4	80

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	abscisas	5	10	15	20	25	30
m		m	m	m	m	m	m
200	ordenadas	0.003	0.028	0.094	0.222	0.434	0.750
225		0.003	0.025	0.084	0.200	0.391	0.667
250		0.003	0.022	0.073	0.178	0.347	0.600
275		0.003	0.020	0.068	0.161	0.315	0.545
300		0.002	0.018	0.063	0.148	0.290	0.500
325		0.002	0.017	0.057	0.136	0.266	0.461
350		0.002	0.016	0.053	0.127	0.247	0.428
375		0.002	0.015	0.050	0.118	0.231	0.400
400		0.002	0.014	0.047	0.111	0.216	0.375
450		0.002	0.012	0.042	0.098	0.192	0.333
500		0.001	0.011	0.037	0.089	0.174	0.300
550		0.001	0.010	0.034	0.081	0.157	0.273
600		0.001	0.010	0.031	0.074	0.148	0.250
650		0.001	0.010	0.029	0.068	0.134	0.231
700		0.001	0.008	0.027	0.063	0.124	0.204

ENLACE ANTES DE LA CONSTRUCCION DE LA LINEA

(al hacer el estacado)

TROCHA 168

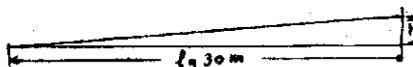


Tabla N°2

$\gamma = 30R$		$l = 30\text{ m}$		$\frac{1}{2}l = 15\text{ m}$		$\frac{2}{3}l = 20$		
Elementos de la parábola						Peralte	Rancho	
R	δ	Y_n	Y_a	φ	$\text{tg } \varphi$	h	$\frac{1}{3}$	V
m	m/m	m/m	m/m	Grados Centesimales		m/m	m/m	K.M.
750	50	25	200	1.2733	0.020004	110	3.6	80
800	47	23	137	1.1937	0.018703	105	3.5	80
900	42	21	167	1.0611	0.016669	92	3.1	80
1000	37	13	150	0.9550	0.015002	83	2.8	80
1100	34	17	136	0.8681	0.013637	75	2.5	80
1200	31	15	125	0.7958	0.012501	69	2.3	80
1300	29	14	115	0.7346	0.011538	63	2.1	80
1400	27	13	107	0.6821	0.010775	58	1.9	80
1500	25	12	100	0.6366	0.010000	55	1.8	80
1600	23	11	94	0.5968	0.009375	52	1.7	80
1700	22	11	88	0.5616	0.008822	48	1.6	80
1800	21	10	83	0.5283	0.008298	46	1.5	80
1900	19	9	79	0.5025	0.007893	43	1.4	80
2000	18	9	75	0.4774	0.007499	41	1.3	80

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	abscisas	5	10	15	20	25	30
m		m	m	m	m	m	m
750	ordenadas	0.001	0.007	0.025	0.059	0.116	0.200
800		0.001	0.007	0.023	0.056	0.109	0.187
900		0.001	0.006	0.021	0.049	0.096	0.167
1000		0.001	0.006	0.019	0.044	0.087	0.150
1100		0.001	0.005	0.017	0.040	0.079	0.136
1200		0.001	0.005	0.016	0.037	0.072	0.126
1300		0.001	0.004	0.014	0.034	0.067	0.116
1400		0.000	0.004	0.013	0.032	0.062	0.107
1500		0.000	0.004	0.012	0.030	0.058	0.100
1600		0.000	0.003	0.012	0.028	0.054	0.094
1700		0.000	0.003	0.011	0.026	0.051	0.088
1800		0.000	0.003	0.010	0.025	0.048	0.083
1900		0.000	0.003	0.010	0.023	0.046	0.079
2000		0.000	0.003	0.009	0.022	0.043	0.075

ENLACE ANTES DE LA CONSTRUCCION DE LA LINEA

(al hacer el estacado)

TROCHA 100

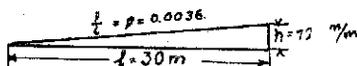


Tabla N° 3

Radios		Elementos de la parábola				Peralte	Rampa	
R	δ	Y_n	Y_a	φ	$\text{tg } \varphi$	h	$\frac{1}{x}$	V
m.	m/m	m/m	m/m	Grados centesimales		m/m	m/m	K.M.
80	208	104	0.833	7.9786	0.12599	72	36	27
90	185	92	0.740	7.0881	0.11180	72	36	29
100	167	83	0.666	6.3768	0.10050	72	36	30
110	151	75	0.605	5.7950	0.09128	72	36	32
120	139	69	0.555	5.3112	0.08362	72	36	33
130	128	64	0.512	4.9018	0.07715	72	36	34
140	119	59	0.476	4.5567	0.07170	72	36	36
150	111	55	0.444	4.2475	0.06682	72	36	37
160	104	52	0.416	3.9813	0.06262	72	36	38
170	93	49	0.392	3.7406	0.05883	72	36	39
180	92	46	0.370	3.5387	0.05564	72	36	40
190	87	43	0.350	3.3520	0.05270	72	36	42
100	83	41	0.333	3.1843	0.05006	72	36	42

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	abscisas	5	10	15	20
m		m	m	m	m
80	ordenadas	0.013	0.104	0.351	0.833
90		0.012	0.092	0.312	0.740
100		0.010	0.083	0.281	0.666
110		0.009	0.076	0.256	0.605
120		0.009	0.069	0.234	0.555
130		0.008	0.064	0.216	0.512
140		0.007	0.069	0.201	0.476
150		0.007	0.056	0.187	0.444
160		0.006	0.052	0.176	0.416
170		0.006	0.049	0.166	0.392
180		0.006	0.046	0.157	0.370
190		0.005	0.044	0.148	0.350
200		0.005	0.042	0.141	0.333

ENLACE ANTES DE LA CONSTRUCCION DE LA LINEA

(al hacer el estacado)

TROCHA 1.00

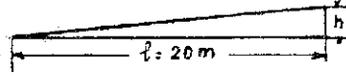


Tabla N° 4

$\varphi = 2\alpha R$		$l = 20\text{ m}$		$\frac{1}{2}l = 10\text{ m}$		$\frac{2}{3}l = 13.32\text{ m}$		
Radios		Elementos de la parábola				Peralte	Ran- pa	
R	S	Yn	Ya	φ	$\text{tg } \varphi$	h	$\frac{1}{i}$	V
m	m/m	m/m	m/m	Grados Centesimales		m/m	m/m	K.M.
225	74	37	296	2.8303	0.044488	71	3.5	45
250	67	33	266	2.5471	0.043020	64	3.2	45
275	60	30	242	2.3154	0.036386	58	2.9	45
300	55	27	222	2.1224	0.033351	53	2.6	45
320	51	25	205	1.9591	0.030783	49	2.4	45
350	47	23	190	1.8191	0.028582	45	2.2	45
375	44	22	178	1.6974	0.026669	42	2.1	45
400	41	20	166	1.5917	0.025008	40	2.0	45
450	37	18	148	1.4148	0.022227	35	1.7	45
500	33	16	133	1.2733	0.020004	32	1.6	45
550	30	15	121	1.1575	0.018184	29	1.4	45
600	28	14	111	1.0610	0.016666	26	1.3	45
650	25	12	102	0.9794	0.015386	24	1.2	45
700	23	11	95	0.9094	0.014286	23	1.1	45
750	22	11	89	0.8488	0.013334	21	1.0	45
800	21	10	83	0.7957	0.012489	20	1.0	45
900	18	9	74	0.7073	0.011111	18	0.9	45
1000	17	8	67	0.7366	0.010000	16	0.8	45
1100	15	7	60	0.5786	0.009089	14	0.7	45
1200	14	7	55	0.5305	0.008333	13	0.6	45
1300	13	6	51	0.4896	0.007691	12	0.6	45
1400	12	6	47	0.4546	0.007141	11	0.5	45
1500	11	5	44	0.4244	0.006666	10	0.5	45
1600	10	5	41	0.3978	0.006248	10	0.5	45
1700	10	5	39	0.3744	0.005881	9	0.4	45

ENLACE ANTES DE LA CONSTRUCCION DE LA LINEA

Ordenadas correspondientes a abcisas de 5 en 5 metros
(al hacer el estacado)

TROCHA 1.00

Tabla N°5

R	abcisas	5	10	15	20
m		m	m	m	m
225	ordenadas	0.005	0.037	0.125	0.286
250		0.004	0.033	0.112	0.266
275		0.004	0.030	0.102	0.242
300		0.003	0.028	0.094	0.222
325		0.003	0.026	0.086	0.205
350		0.003	0.024	0.080	0.190
375		0.003	0.022	0.075	0.178
400		0.003	0.021	0.070	0.166
450		0.002	0.013	0.062	0.148
500		0.002	0.017	0.056	0.133
550		0.002	0.015	0.051	0.121
600		0.002	0.014	0.047	0.111
650		0.002	0.013	0.043	0.102
700		0.001	0.012	0.040	0.095
750		0.001	0.011	0.037	0.089
800		0.001	0.010	0.035	0.083
900		0.001	0.009	0.031	0.074
1000		0.001	0.008	0.028	0.067
1100		0.001	0.007	0.025	0.060
1200		0.001	0.007	0.023	0.055
1300		0.001	0.006	0.022	0.051
1400		0.001	0.006	0.020	0.047
1500		0.001	0.005	0.019	0.044
1600		0.001	0.005	0.018	0.041
1700		0.001	0.005	0.017	0.039

Enlace en líneas ya construidas

TROCHA 168

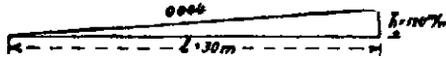


Tabla N°1

$\rho = 30r$		$L = 30m$			$\frac{1}{2}L = 15m$			$\frac{2}{3}L = 20m$							
Radios		Elementos de la parábola			Elementos restantes del enlace						Peralte	Ran			
R	r	δ	Y_n	Y_a	k	δ	Y	w	μ	μ	h	$\frac{t}{L}$	V		
m		m/m			m.						Grados centesimales	m	m/m	m/m	K.M. por hora
200	190	197	98	789	13.01	52.81	3.840	32.80	12.7540	1.99	120	4	42		
225	215	174	87	697	13.14	54.99	3.915	34.18	11.9105	1.86	120	4	45		
250	240	156	78	625	13.28	57.72	3.900	35.15	11.3925	1.78	120	4	48		
275	265	141	71	566	13.33	59.25	3.877	36.35	10.6813	1.67	120	4	50		
300	290	129	64	517	13.39	61.69	3.870	37.42	10.2943	1.61	120	4	52		
325	300	125	62	500	12.50	45.00	1.625	28.74	6.766	2.50	120	4	54		
350	325	115	57	461	12.33	46.85	1.610	28.97	6.2487	2.45	120	4	56		
375	350	107	53	428	12.89	47.34	1.605	30.06	5.8907	2.31	120	4	58		
400	375	100	50	400	12.77	48.45	1.600	30.70	5.6862	2.23	120	4	60		
450	425	88	44	352	12.88	51.04	1.584	31.55	5.4050	2.12	120	4	64		
500	475	78	39	315	13. -	53. -	1.560	32.30	5.0986	2. -	120	4	67		
550	525	71	35	285	13.12	54.48	1.562	33.89	4.7918	1.88	120	4	70		
600	575	65	32	260	13.20	56.40	1.568	34.85	4.5875	1.80	120	4	74		
650	600	62	31	250	12.31	44.88	0.808	28.69	3.718	2.49	120	4	77		
700	650	57	28	251	12.61	48.07	0.798	29.30	3.0443	2.39	120	4	80		

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	r	abscisas	5	10	15	20	25	30
m	m.		m.	m.	m.	m.	m.	m.
200	190	} Ordenadas	0.004	0.029	0.098	0.233	0.451	0.789
225	215		0.003	0.026	0.087	0.206	0.403	0.697
250	240		0.003	0.023	0.078	0.185	0.361	0.625
275	265		0.003	0.021	0.071	0.168	0.327	0.566
300	290		0.002	0.019	0.064	0.153	0.298	0.517
325	300		0.002	0.018	0.062	0.148	0.289	0.500
350	325		0.002	0.017	0.057	0.137	0.267	0.461
375	350		0.002	0.016	0.053	0.127	0.248	0.428
400	375		0.002	0.015	0.050	0.118	0.231	0.400
450	425		0.002	0.013	0.044	0.104	0.204	0.352
500	475		0.001	0.012	0.039	0.093	0.182	0.315
550	525		0.001	0.011	0.035	0.084	0.165	0.285
600	575		0.001	0.010	0.032	0.077	0.151	0.260
650	600		0.001	0.009	0.031	0.074	0.145	0.250
700	650		0.001	0.008	0.028	0.067	0.133	0.231

Enlace en líneas ya construidas

TROCHA 168

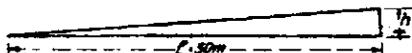


Tabla N.º 2

$\mathcal{D} = 30r$		$l = 30m$			$\frac{1}{2}l = 15m$		$\frac{2}{3}l = 20m$						
Radios		Elementos de la parábola			Elementos restantes del enlace							Peralte	Ran. pa.
R	r	δ	Y_n	Y_a	k	Σ	Y	w	μ	u	h	$\frac{1}{L}$	V
m.		m/m.			m.				Grados centesimales	m.	m/m	m/m	KM.
750	700	53	26	214	12.70	45.20	0.795	27.88	2.9295	2.50	110	3.6	80
800	750	50	25	200	12.76	48.60	0.800	30.60	2.8530	2.24	105	3.5	80
900	850	44	22	176	12.90	50.70	0.792	31.75	2.6748	2.10	92	3.1	80
1000	950	39	19	158	13.03	52.43	0.780	32.82	2.5088	1.97	83	2.8	80
1100	1050	36	18	143	13.10	54.90	0.792	33.94	2.4197	1.90	75	2.5	80
1200	1150	32	16	130	13.21	56.17	0.768	34.66	2.2796	1.79	69	2.3	80
1300	1200	31	15	125	12.51	44.88	0.403	28.63	1.5863	2.49	65	2.1	80
1400	1300	28	14	115	12.58	46.35	0.406	29.44	1.5344	2.41	58	1.9	80
1500	1400	27	13	107	12.68	47.48	0.405	30.13	1.4771	2.32	55	1.8	80
1600	1500	25	12	100	12.76	48.60	0.400	30.61	1.4261	2.24	52	1.7	80
1700	1600	23	11	94	12.86	49.24	0.391	31.13	1.3625	2.14	48	1.6	80
1800	1700	22	11	88	12.90	50.70	0.396	31.75	1.3370	2.10	46	1.5	80
1900	1800	21	10	83	12.95	51.90	0.398	32.41	1.3051	2.05	43	1.4	80
2000	1900	20	10	79	13. -	53. -	0.400	33. -	1.2733	2. -	41	1.3	80

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	r	abscisas						
m.	m.	5	10	15	20	25	30	
		m.	m.	m.	m.	m.	m.	
750	700	0.001	0.008	0.027	0.064	0.125	0.214	
800	750	0.001	0.007	0.025	0.060	0.117	0.200	
900	850	0.001	0.006	0.022	0.052	0.101	0.176	
1000	950	0.001	0.006	0.020	0.047	0.091	0.158	
1100	1050	0.001	0.005	0.018	0.042	0.082	0.143	
1200	1150	0.001	0.006	0.016	0.039	0.075	0.130	
1300	1200	0.001	0.005	0.015	0.036	0.071	0.125	
1400	1300	0.001	0.004	0.014	0.034	0.066	0.115	
1500	1400	0.000	0.004	0.013	0.031	0.061	0.107	
1600	1500	0.000	0.004	0.012	0.029	0.057	0.100	
1700	1600	0.000	0.003	0.012	0.027	0.054	0.094	
1800	1700	0.000	0.003	0.011	0.025	0.051	0.088	
1900	1800	0.000	0.003	0.010	0.024	0.047	0.083	
2000	1900	0.000	0.003	0.010	0.023	0.045	0.079	

Enlace en líneas ya construidas

TROCHA 1.00

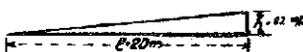


Tabla N°3

$\mathcal{P} = 20r$		$L = 20m$			$\frac{1}{2}L = 10m$				$\frac{2}{3}L = 13.32m$						
Radios		Elementos de la parábola			Elementos restantes del enlace								Peralte	Ram. pa	
R	r	δ	Y_n	Y_g	k	\mathcal{Q}	Y	w	μ	u	h	$\frac{1}{L}$	V		
m.		m/m			m				Grados centesimales		m	m/m	m/m	KM.	
80	75	222	11	889	8.53	32.05	5.552	20.51	18.9973	1.47	72	3.6	27		
90	85	196	98	784	8.61	33.63	3.528	21.30	17.9340	1.39	72	3.6	29		
100	95	175	87	702	8.69	34.89	3.500	22.04	16.8767	1.31	72	3.6	30		
110	105	159	79	655	8.75	36.25	3.498	22.74	16.0860	1.25	72	3.6	32		
120	115	145	72	580	8.80	37.60	3.480	23.30	15.4295	1.20	72	3.6	33		
130	125	133	66	533	8.86	38.50	3.458	24.02	14.6437	1.14	72	3.6	34		
140	135	123	61	494	8.90	39.70	3.444	24.55	14.1212	1.10	72	3.6	36		
150	145	115	60	476	8.45	31.56	1.785	20.06	9.8431	1.54	72	3.6	37		
160	150	111	55	444	8.51	32.35	1.776	20.43	9.5212	1.49	72	3.6	38		
170	160	104	52	418	8.56	33.04	1.768	20.84	9.1995	1.44	72	3.6	39		
180	170	98	49	392	8.60	33.80	1.764	21.20	8.9420	1.40	72	3.6	40		
190	180	92	46	370	8.65	34.30	1.748	21.59	8.6206	1.35	72	3.6	42		
200	190	88	44	351	8.68	35.08	1.760	22.01	8.4281	1.32	72	3.6	43		

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	r	abscisas				
		5	10	15	20	
m	m	m	m	m	m	
80	75	Ordenadas	0.014	0.111	0.378	0.889
90	85		0.012	0.098	0.332	0.784
100	95		0.011	0.087	0.294	0.702
110	105		0.010	0.079	0.267	0.635
120	115		0.009	0.072	0.243	0.580
130	125		0.008	0.066	0.224	0.533
140	135		0.008	0.062	0.208	0.494
150	145		0.007	0.057	0.193	0.460
160	150		0.007	0.055	0.187	0.444
170	160		0.006	0.052	0.175	0.418
180	170		0.006	0.049	0.165	0.392
190	180		0.006	0.046	0.156	0.370
200	190		0.005	0.044	0.148	0.351

Enlace en líneas ya construidas

TROCHA 1.00

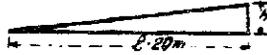


Tabla N°4

$\varnothing = 20r$		$l = 20m$			$\frac{1}{2}l = 10m$		$\frac{2}{3}l = 13.32m$						
Radios		Elementos de la parábola			Elementos restantes del enlace						Peralte	Rampa	
R	r	δ	Y_n	Y_a	k	Ω	Y	w	ρ	μ	h	$\frac{1}{t}$	v
m.		m/m			m				Grados centesimales	m.	m/m	m/m	KM.
225	215	77	39	310	8.76	36.68	1.732	22.73	7.9144	1.24	71	3.5	45
250	240	69	35	278	8.83	38.08	1.725	23.57	7.4656	1.17	64	3.2	45
275	265	63	31	251	8.88	39.68	1.732	24.34	7.1450	1.12	58	2.9	45
300	290	57	28	230	9.93	41.05	1.710	24.91	6.8250	1.07	53	2.6	45
325	300	55	28	222	8.34	29.92	0.715	19.10	4.2300	1.66	49	2.4	45
350	325	51	26	205	8.40	30.80	0.714	19.55	4.0773	1.60	46	2.2	45
375	350	48	24	190	8.45	31.70	0.720	20.06	3.9493	1.55	42	2.1	45
400	375	44	22	178	8.52	32.80	0.704	20.41	3.7712	1.48	40	2.0	45
450	425	39	20	157	8.60	33.80	0.702	21.13	3.5668	1.40	35	1.7	45
500	475	35	17	140	8.68	35.08	0.700	21.93	3.3631	1.32	32	1.6	45
550	525	32	16	127	8.74	36.45	0.704	22.71	3.2100	1.26	29	1.4	45
600	575	29	14	116	8.80	37.60	0.696	23.30	3.0566	1.20	26	1.3	45
650	600	28	14	111	8.33	30.04	0.364	19.22	2.1266	1.67	24	1.2	45
700	650	26	13	102	8.39	30.93	0.364	19.69	2.0502	1.61	23	1.1	45
750	700	24	12	95	8.45	31.70	0.360	20.06	1.9738	1.55	21	1.0	45
800	750	22	11	89	8.52	32.20	0.352	20.41	1.8646	1.48	20	1.0	45
900	850	20	10	78	8.59	33.97	0.350	21.35	1.7956	1.41	18	0.9	45
1000	950	17	9	70	8.70	34.70	0.340	21.77	1.6554	1.30	16	0.8	45
1100	1050	16	8	63	8.74	35.46	0.352	22.70	1.6044	1.26	14	0.7	45
1200	1150	14	7	58	8.82	37.14	0.336	23.05	1.5025	1.18	13	0.6	45
1300	1200	14	7	55	8.38	30.04	0.182	19.27	1.0631	1.67	12	0.6	45
1400	1300	13	6	51	8.39	30.93	0.182	19.69	1.0250	1.61	11	0.5	45
1500	1400	12	6	47	8.45	31.70	0.180	20.06	0.9868	1.55	10	0.5	45
1600	1500	11	5	44	8.52	32.20	0.176	20.40	0.9422	1.48	10	0.5	45
1700	1600	10	5	42	8.59	32.56	0.170	20.64	0.8976	1.41	9	0.4	45

Enlace en líneas ya construidas

TROCHA 100

Tabla N°5

Ordenadas correspondientes a abscisas de 5 en 5 metros

R	r	Abcisas	5	10	15	20
m	m		m	m	m	m
225	215	Ordenadas	0.005	0.038	0.150	0.507
250	240		0.004	0.034	0.116	0.278
275	265		0.004	0.031	0.106	0.261
300	290		0.003	0.029	0.097	0.230
325	300		0.003	0.028	0.094	0.222
350	325		0.003	0.026	0.086	0.205
375	350		0.003	0.024	0.080	0.190
400	375		0.003	0.022	0.075	0.178
450	425		0.002	0.020	0.066	0.157
500	475		0.002	0.017	0.059	0.140
550	525		0.002	0.016	0.055	0.127
600	575		0.002	0.014	0.049	0.116
650	600		0.002	0.014	0.047	0.111
700	650		0.002	0.013	0.045	0.102
750	700		0.001	0.012	0.040	0.095
800	750		0.001	0.011	0.037	0.089
900	850		0.001	0.010	0.033	0.078
1000	950		0.001	0.009	0.029	0.070
1100	1050		0.001	0.008	0.027	0.063
1200	1150		0.001	0.007	0.024	0.058
1300	1200	0.001	0.007	0.023	0.055	
1400	1300	0.001	0.006	0.022	0.051	
1500	1400	0.001	0.006	0.020	0.047	
1600	1500	0.001	0.005	0.019	0.044	
1700	1600	0.001	0.005	0.017	0.042	

Enlace en líneas ya construidas
Diferencias con las tablas de Wronecki

$$P = 20 r$$

$$l = 20 m.$$

		A	B	
R	r	ℓ	ℓ	Dif
m	m	m	m	m
100	95	34.94	34.89	0.05
110	105	36.26	36.25	0.01
120	115	37.49	37.60	0.11
130	125	38.68	38.60	0.08
140	135	39.81	39.70	0.11
150	140	31.54	31.56	0.02
160	150	32.30	32.35	0.05
170	160	33.03	33.04	0.01
180	170	33.75	33.80	0.05
190	180	34.44	34.30	0.14
200	190	35.09	35.08	0.01

A	B	Δ
Y	Y	Dif
m	m	m
3.509	3.508	0.001
3.492	3.498	0.006
3.479	3.480	0.001
3.467	3.468	0.009
3.458	3.444	0.014
1.786	1.785	0.001
1.778	1.776	0.002
1.771	1.768	0.003
1.765	1.764	0.001
1.759	1.748	0.011
1.754	1.760	0.006

A	B	
w	w	Dif
m	m	m
22.05	22.04	0.01
22.71	22.74	0.01
23.36	22.30	0.06
23.97	24.02	0.05
24.56	24.55	0.01
20.07	20.06	0.01
20.47	20.43	0.04
20.86	20.84	0.02
21.24	21.20	0.04
21.60	21.59	0.01
21.96	22.01	0.06

$$L = k + \frac{Ru}{R-r}$$

$$Y = \frac{Rj}{R-r}$$

$$w = k + \frac{Rj}{u}$$

		A	B	
R	r	ang μ	ang μ	Dif
m	m	grados/m	grados/m	grados/m
100	95	16.9141	16.8760	0.0381
100	105	16.0894	16.0867	0.0027
100	115	15.3658	15.4293	0.0635
130	125	14.7353	14.6437	0.0916
140	135	14.1760	14.1212	0.0548
150	140	9.8317	9.8431	0.0114
160	150	9.4988	9.5212	0.0224
170	160	9.1969	9.1983	0.0024
180	170	8.9216	8.9420	0.0204
190	180	8.6701	8.6206	0.0495
200	180	8.4315	8.4281	0.0034

$$\text{sen } \mu = \frac{X}{R} = \frac{u}{R-r}; \quad X = \frac{Ru}{R-r} = L - k$$

3. Columna A. Tablas de Wronecki

“ B. Tablas que se acompañan,

EQUACION
DE LA
PARÁBOLA CÚBICA

$$y = \frac{x^3}{6lR} = \frac{x^3}{6\varphi}$$

Fig. 1

