Año VIII — Febrero de 1908 — Núm. 2

ANALES
DEL
INSTITUTO DE INJENIEROS DE CHILE

ESTUDIO DE DOS TIPOS DE PUENTES DE MADERA

UNO CON VIGA SOPANDA I OTRO CON TORNAPUNTA

POR

LEONARDO LIRA

(*Conclusion*)

III

VIGA DE 0.30×0.30 CON TORNAPUNTAS DE 0.30×0.30 A 2 M

Carga concentrada de 1 800 kgs.—De depurados análogos a los de los casos examinados se deduce:

$$f_{Q \cos \alpha} = 0{,}00125\, Q \cos \alpha$$

$$f_P = 2{,}16 \text{ cms.}$$

Introduciendo en (2) se obtiene:

$$Q = 100\,000\,.\,900\,.\,\frac{2{,}16 - 0{,}00125\,.\,Q\,.\,0{,}707}{280}\,.\,0{,}707.$$

de donde

$$Q = 2\,490 \qquad Q \cos \alpha = -1\,760.$$

Introduciendo en (1) se tiene:

$$P + 2\,490\,.\,0{,}707 = 900$$

$$P = 860 \text{ kg}$$

Peso muerto.—Los depurados dan:

$$f_P = 2,96 \text{ cms.}$$

Introduciendo en (2) se obtiene:

$$Q = 100\,000 \,.\, 900 \,.\, \frac{2,96 - 0,00125 \; Q \,.\, 0.707}{280} \; 0.707$$

de donde

$$Q = 3\,410 \qquad Q \cos \alpha = -2\,410.$$

Introduciendo en (1) se obtiene:

$$P + 3\,410 \,.\, 0,707 = 2\,100$$

$$P = 310 \text{ kg.}$$

Por consiguiente el momento a plomo de la fuerza será:

$$M = 1\,170 \,.\, 5 - 3\,170 \,.\, 3$$

$$= 3\,260 \text{ kgrm.}$$

La taza de trabajo resulta de:

$$R = \frac{326\,000}{1\,500} = 73 \text{ kg/cm}^2$$

Si se toma en cuenta que, para llegar a este resultado se ha supuesto la mayor reparticion, que se ha contado con que hai doble seccion resistente en toda la estension de la sopanda i si se recuerda lo dicho al principio, se llega a desechar tambien este tipo de viga para la luz de 10 m.

CAPITULO III

VIGA SOPANDA CON TIRANTES

Debido al resultado negativo obtenido en los dos estudios anteriores, he buscado una solucion para la luz de 10 m. La figura 24 muestra la solucion adoptada i la figura 25 muestra la viga que se hace entrar en los cálculos i su estado de solicitacion.

Para interpretar de este modo la forma de la viga, se ha supuesto que la segunda sopanda sólo tiene por objeto reemplazar la seccion cortada de la viga por el ensamble a plomo de los cabezales. El estado de solicitacion resulta de despreciar, para la posicion indicada de la carga P, la resistencia a la compresion de los tirantes t', dejando que trabajen los tirantes t a la traccion obligando a la fibra media de la viga a permanecer pasando por un punto fijo lo que hace asimilable los puntos de amarra de los tirantes a los apoyos A i B.

Fuerzas solicitantes.—De ellas sólo hai que definir la carga concentrada. He debido hacer el mismo estudio para averiguar la trasmision del entablado que el efectuado para la viga sopanda en las pájinas. Apunto sólo los resultados obtenidos. Suponiendo una reparticion de 1 000 kg, la viga solicitada por 2 000 kg, sobre cuatro apoyos i con seccion variable da una flecha de 7,5 m/m a plomo de la fuerza. Suponiendo que de los 1 000 kg. el tablon reparte 330 al apoyo i 670 al apoyo 3 (suposicion justificada en cuanto a la proposicion en el cálculo definitivo) se tiene que las vigas darán las flechas que se indican en la fig. 26.

Calculado el tablon como viga continua sobre tres apoyos 1, 3 i 5 estando 3 desnivelado de 3.75 m/m respecto de 1 i 5, i solicitado por dos cargas concentradas de 1 000 kg en 2 i 4 da una flecha de 8 m/m a plomo de dichas fuerzas lo que prueba que la reparticion supuesta es excesiva. Diversos tanteos han conducido a la reparticion que indica la fig. 27 segun la cual las vigas dan las flechas que se indican. El tablon da una flecha de 6,4 m/m en vez de 6,7 que deberia dar para seguir a las vigas en su deformacion. La aproximacion es mas que suficiente.

Cálculo.—Se reduce a aplicar la fórmula del teorema de tres momentos:

$$\frac{1}{l_1}\int_0^{l_1}\frac{M}{\epsilon}x\,dx+\int_0^{l_2}\frac{M}{\epsilon}dx-\frac{1}{l_2}\int_0^{l_2}\frac{M}{\epsilon}x\,dx=0.$$

$$\frac{1}{l_1}\int_0^{l_1}\frac{M}{\epsilon}x\,dx\left\{\quad\frac{M}{2}\;\frac{1}{8}\;\frac{1}{2}\,.\,2\,.\,\frac{2}{3}\,.\,2+\right.$$

$$\int_0^{l_2}\frac{M}{\epsilon}dx\left\{\begin{array}{l}+\,M\left(\frac{1}{8}.2+6\,M+\frac{1}{8}\;2\right)\\[1ex]-\frac{1}{4}2\,200\cdot 10\cdot\left(\frac{1}{8}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}.2+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\times\frac{5}{5}\right)\;3\right)2.\end{array}\right.$$

$$\frac{1}{l_2}\int_0^{l_2}\frac{M}{\epsilon}x\,d\,x \left\{ \begin{array}{c} -\frac{M}{10}\left(\frac{1}{8}\,.\,2\,.\,1+6\ M\,.\,5+\frac{1}{8}\,.\,2\,.\,9\right) \\ \times\frac{1}{10}\,.\,\frac{1}{4}2\,200\,.\,10\left\{\frac{1}{8}\,.\,\frac{1}{2}\,.\,\frac{2}{5}\,.\,2\,.\,\frac{2}{3}2+\right. \\ \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{5}\right).\,3\,.\left(5-\frac{5+2\,.\,2}{5+2}\,.\,\frac{3}{3}\right) \\ \left.+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}+\frac{5}{5}\right).\,3\left(5+\frac{5+2\,.\,2}{5+2}\right)\,.\,\frac{3}{3}+\frac{1}{8}\,.\,\frac{1}{2}\,.\,\frac{2}{5}.\,2.\left(8+\frac{1}{3}2\right)\right\} \end{array} \right.$$

Ejecutando las operaciones indicadas se tiene:

$$M=3\ 550\ \text{kgrm.}$$

Los trabajos máximos se producen en los apoyos i en la seccion 0 5 l_2. Con dos secciones resistentes en los apoyos i vale:

$$R=\frac{355\,000}{18\,000}=20\ \text{kg/cm}^2$$

Con una seccion resistente en la seccion 0.5 l_2 i vale:

$$R=\frac{170\,000}{4\,500}=38\ \text{kg/cm}^2$$

Observacion.—Vamos a hacer el cálculo de la misma viga pero empotrada a plom de los cabezales. Para una viga empotrada en sus dos estremos, se verifica que:

$$\int_0^l \frac{M}{\epsilon}d\,x=o \quad (1)$$

al mismo tiempo que

$$\int_0^l \frac{M}{\epsilon}x\,d\,x=o \quad (2)$$

Estas dos ecuaciones nos permitirán resolver el caso presente.

Llamando z e y los momentos de empotramiento, (fig. 28), l la luz de la pieza, x l abcisa de una seccion cualquiera, P la carga concentrada se puede escribir la ecuacion (

en la siguiente forma si ϵ_2 i ϵ. son los productos E I² i E I, i de la seccion doble i simple de la viga respectivamente.

$$\frac{1}{\epsilon_2}\int_0^2\left(z+\frac{(y\ z)\ (l\ x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}\times\right)dx.+\frac{1}{\epsilon_1}\int_2^5\left(z+\frac{(y\ z)\ (l\ x)}{l}-\frac{P\ l\ \frac{1}{4}}{5}+\right)dx.$$

$$+\frac{1}{\epsilon i}\int_5^8\left\{z+\frac{(y\text{-}z)\ (l\ x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}(l\ x)\right\}dx.+\frac{1}{\epsilon_2}\int_8^{10}\left\{z+\right.$$

$$\left.\frac{(y\ z)\,(l\text{-}x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}(l\text{-}x)\right\}dx.=o.$$

Tomando en cuenta que $\epsilon_2 = 8\ \epsilon$, se tiene:

$$2\ z+2\ y-2\ z-\frac{2\ y}{10}+\frac{2\ z}{10}-2\ 200$$

$$+8\left(3\ z+3\ y\ \ 3\ z-\frac{21}{20}\ y+\frac{21}{20}\ z-\frac{2\ 200.21}{4}\right)$$

$$+8\left(3\ z+3\ y\ \ 3\ z-\frac{39}{20}\ y+\frac{39}{20}\ z-15.\ 2\ 200+\frac{39}{4}.\ 2\ 200\right)$$

$$+2\ z+2\ y-2\ z-\frac{36}{20}\ y+\frac{36}{20}\ z-2\ 200\ .\ 10+9\ .\ 2\ 200=0$$

Ejecutando las operaciones se tiene:

$$26{,}0\ y+26{,}0\ z-189\ 400=0.$$

I $\qquad y+z=7\ 280$

La ecuacion (2) nos da lo siguiente:

$$\frac{1}{\epsilon_2}\int_0^2\left(z+\frac{(y\text{-}z)\,(l\text{-}x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}\ x\right)x\ dx$$

$$+\frac{1}{\epsilon_1}\int_2^5\left(z+\frac{(y\ z)\ (l\text{-}x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}\ x\right)x\ dx.$$

$$+\frac{1}{\epsilon_1}\int_5^8\left\{z+\frac{(y\text{-}z)\ (l\text{-}x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}\ P\ l}{5}(t\text{-}x)\right\}x\ dx$$

$$+\frac{1}{e^2}\int_8^{10}\left\{z+\frac{(y-z)(l-x)}{l}-\frac{\frac{1}{4}Pl}{5}(l-x)\right\}x\,d\,x=0$$

$$2z+2y-2z-\frac{8}{30}y+\frac{8}{30}z-\frac{4}{3}P$$

$$8\left\{\frac{21}{2}z+\frac{21}{2}y-\frac{21}{2}z-\frac{117}{30}y+\frac{117}{30}z-\frac{117}{6}P\right\}$$

$$8\left\{\frac{39}{2}z+\frac{39}{2}y+\frac{39}{2}z-\frac{387}{30}y+\frac{387}{30}z-\frac{390}{4}P+\frac{387}{6}P\right\}$$

$$18z+18y-18z-\frac{488}{30}y+\frac{488}{30}z-90P+\frac{288}{6}P=0$$

Ejecutando las operaciones se tiene:

II $$y+1{,}383\,z=8\,675.$$

Por medio de las ecuaciones I i II se obtiene:

$$z=3\,620\text{ kgrm.}$$
$$y=3\,670\text{ kgrm.}$$

En verdad $y=z$, la diferencia proviene de los cálculos i tomaremos:

$$y=z=3\,640\text{ kgrmts.}$$

Se ve que este momento difiere poco del encontrado para la viga sobre cuatro apoyos caso en que vale 3 550 kgrm. (páj. 40). La diferencia es de 2.5 %.

Por esto, para las demas posiciones de la carga calcularemos la viga empotrada, lo que simplifica mucho los cálculos que serian mui largos si tomásemos la pieza sobre cuatro apoyos.

Carga en la seccion 0.4 t

Para resolver este caso, basta calcular como se ha detallado para el anterior los términos constantes de las ecuaciones I i II, los términos en y i z quedan los mismos. Dichas ecuaciones son:

I $$y+z=6\,950$$

II $$y+1{,}383\,z=7\,830$$

$$z = 2\,300 \text{ kgrm.}$$
$$y = 4\,650 \text{ kgrm.}$$

Los trabajos máximos son: en el empotramiento de la izquierda:

$$R = \frac{465\,000}{18\,000} = 26 \text{ kg/cm}^2$$

a plomo de la fuerza

$$R = \frac{157\,000}{4\,500} = 35 \text{ kg/cm}^2$$

Carga en la seccion 0.3 l

Procediendo como en el caso anterior se obtiene:

I $$y + z = 5\,930$$
II $$y + 1{,}383\,z = 6\,340$$

$$z = 1\,070 \text{ kgrm.}$$
$$y = 4\,860 \text{ kgrm.}$$

Los trabajos máximos se producen en el empotramiento, i a plomo de la fuerza. Con dos secciones resistentes en el empotramiento i vale:

$$R = \frac{486\,000}{18\,000} = 27 \text{ kg/cm}^2$$

Con una seccion resistente a plomo de la fuerza i vale:

$$R = \frac{89\,700}{4\,500} = 20 \text{ kg/cm}^2$$

Carga en la seccion 0.2 l

En este caso las ecuaciones I i II son las siguientes:

I $$y + z = 4\,230$$
II $$y + 1{,}383 = 4\,375$$

$$z = 380 \text{ kgrm.}$$
$$y = 3\,850 \text{ kgrm.}$$

Los trabajos máximos se producen en las secciones de empotramiento i en la seccion 0,2 l.

Con dos secciones resistentes en el empotramiento i vale:

$$R = \frac{385\,000}{18\,000} = 21 \text{ kg/cm}^2$$

Con una seccion resistente en la seccion 0,2 l i vale:

$$R = \frac{31\,400}{4\,500} = 7 \text{ kg/cm}^2$$

Carga en la seccion 0.1 l

Las ecuaciones I i II son las siguientes:

I $\quad y + z = 2\,083$

II $\quad y + 1{,}383\, z = 2\,218$

$$z = 352 \text{ kgrm.}$$
$$y = 2\,083 \text{ kgrm.}$$

Los momentos máximos se producen en las secciones 0,0 l i 0,1 l.

Con dos secciones resistentes en la seccion 0.0 l i vale:

$$R = \frac{208\,300}{18\,000} = 11.5 \text{ kg/cm}^2$$

Con una seccion resistente en la seccion 0.1 l i vale:

$$R = \frac{24\,000}{4\,500} = 5{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

Carga uniformemente repartida de 900 kgs.

Dividiendo la superficie de momentos en triángulos i trapecios i procediendo como en los casos anteriores se obtiene:

$$M = 8\,620 \text{ kgrm.}$$

Los trabajos máximos se producen en las secciones $0.0\ l_2$ $0.5\ l_1$
Con dos secciones resistentes en $0.0\ l_2$

$$R = \frac{862\,000}{18\,000} = 48 \text{ kg/cm}^2$$

Con una seccion resistente, en la seccion $0.5\ l_1$ i vale:

$$R = \frac{263\,000}{4\,500} = 58{,}5 \text{ kg/cm}^2$$

Peso muerto

Se deduce del caso anterior por una simple proporcion.
Los trabajos máximos son:

$$R_{0.0\,l_2} = \frac{402\,500}{18\,000} = 22 \text{ kg/cm}^2 \qquad R_{0.1\,l_2} = \frac{122\,500}{4\,500} = 27 \text{ kg/cm}^2$$

RESÚMEN

De los cálculos efectuados se deduce que en la seccion peligrosa 0.5 t se tienen los siguientes trabajos:

Para la carreta:

por la carga de 2 200 kg.	$R = 38$ kg/cm².
por el peso muerto	$R = 27$ kg/cm².
lo que da un trabajo de	$R = 65$ kg/cm².

Para la carga uniformente repartida:

por la carga de 900 kg. $R=58{,}5$ kg/cm^2.

En la seccion 0.0 1 es decir a plomo de los cabezales los trabajos son:
Para la carreta:

por la carga de 2 200 kg. $R=20$ kg/cm^2.
por el peso muerto $R=22$ kg/cm^2.

$R=42$ kg/cm^2.

Para la carga uniformemente repartida:

por la carga de 900 kg. $R=48$ kg/cm^2.

L. LIRA.