Tomo XIII 15 de Enero Núm. 84

ANALES DEL INSTITUTO DE INJENIEROS

SUMARIO.—Determinacion de las coordenadas jeográficas de algunas ciudades de la provincia de Aconcagua (continuacion), por José del C. Fuenzalida G. i Manuel A. Rojas N.—Estudios analíticos sobre la disposicion mas económica de armaduras articuladas i estáticamente determinadas por Julio Pflüger.—Informe sobre el ferrocarril central de Santiago a Pisagua, redactado para los delegados de la provincia de Coquimbo al Congreso Minero, por Santiago Marin Vicuña.—Actas.—Bibliografía.

DETERMINACION

de las coordenadas jeográficas de algunas ciudades de la provincia de Aconcagua.

(Continuacion)

II.—TEORIA

MÉTODO DE OBSERVACION I MODO DE EJECUTAR LOS CÁLCULOS

Instrumento empleado

El instrumento que ha servido para todas nuestras observaciones, ha sido un teodolito Troughton & Simms, cuyos círculos azimutal i vertical, aproximan hasta 10" de arco; el anteojo está colocado al centro. Un espejo plano, adaptado al estremo del ocular, permite dirijir las imájenes observadas en el sentido del eje del anteojo, en sentido perpendicular al rayo visual, lo que facilita las observaciones practicadas en el zenit o a sus inmediaciones.

En el plano focal del anteojo, existe un retículo compuesto de tres hilos verticales i uno horizontal.

Las observaciones practicadas para determinar la hora i latitud, se han verificado siempre en el meridiano astronómico, cuando se han determinado con estrellas. Para las determinaciones de la hora por medio del sol, se han empleado alturas simples de sol i alturas correspondientes; en ámbos casos se hacia una série de observaciones, para tomar el término medio de los resultados.

Hemos empleado estos métodos por creerlos mas espeditos i exactos; tambien hemos ensayado el método de determinacion de la hora por la ocultacion de una estrella por un objeto terrestre.

Como todas las observaciones de estrellas se han practicado en el meridiano, la primera preocupacion será determinar el meridiano astronómico, para lo cual hemos empleado dos métodos.

1.° Por elongacion o digresiones máximas de polares

Se dice que una circumpolar está en su digresion máxima, cuando el vertical de la estrella es tanjente al paralelo que ella describe; en ese instante, el movimiento horizontal desaparece i solo queda el vertical; si se conoce el azimut de la estrella observada, bastará formar en el círculo azimutal ese ángulo a derecha o izquierda, segun se haya practicado la observacion al este o al oeste. En efecto, si representamos por:

A, el azimut de la estrella en el momento del máximum de elongacion, por

δ, su declinacion, por

τ, el ángulo horario, i por

φ, la latitud del lugar de observacion.

En el triángulo esférico determinado por el polo, el zenit i la estrella, se tiene que para determinar el paso de una estrella por el vertical primario, hai que considerar el triángulo esférico, rectángulo en este caso, el cual, da para el momento en que se verifica este fenómeno, los resultados siguientes, aplicando las fórmulas para la resolucion de un triángulo rectángulo:

$$\cos t = \frac{\tan j\,\delta}{\tan j\,\phi}$$

$$\operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \phi}$$

i finalmente,

$$\operatorname{sen} p = \frac{\cos \phi}{\cos \delta},$$

en que p es el ángulo paraláctico, es decir, el ángulo formado por el círculo vertical i el de declinacion.

En estas fórmulas, si $\delta > \phi$, el valor *cos t*, no tiene un valor real, luego la estrella no pasa por el primer vertical, sino culmina entre el zenit i el polo. Si la declinacion δ es negativa, el valor de *cos t*, será tambien negativo; pero, para las latitudes nortes, los ángulos horarios de las estrellas australes, son siempre menores que 90°, miéntras permanecen en el horizonte, estas estrellas, tampoco llegarán a la parte visible del primer vertical.

Como las fórmulas que dan el azimut i alturas de un astro en funcion de la declinacion i el ángulo horario, son:

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta + \cos \phi \cos \delta \cos t$$

$$\cos h \operatorname{sen} A = \cos \delta \operatorname{sen} t$$

$$\cos h \cos A = -\cos \phi \operatorname{sen} \delta + \operatorname{sen} \phi \cos \delta \cos t.$$

Si diferenciamos estas fórmulas obtendremos:

$$\operatorname{sen} h \frac{d\,h}{d\,t} = \cos \delta\ (\operatorname{sen} \phi \cos A \operatorname{sen} t - \cos t \operatorname{sen} A)$$

$$\cos h \frac{dA}{dt} = \cos \delta \, (\cos A \cos t + \operatorname{sen} \varphi \operatorname{sen} t \operatorname{sen} A)$$

o también
$$\frac{dh}{dt} = -\cos \delta \operatorname{sen} p = -\cos \varphi \operatorname{sen} A.$$

$$\cos h \frac{dA}{dt} = \cos \delta \cos p$$

si de esta última fórmula despejamos $\frac{dA}{dt}$ obtendremos:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\cos \delta \cos p}{\cos h}$$

Esta derivada se hará cero, cuando $\cos p = 0$, es decir cuando el círculo vertical de la estrella sea perpendicular al de declinacion. Ademas se tiene que el valor de p es dado por:

$$\cos p = \frac{\operatorname{sen} \varphi - \operatorname{sen} h \operatorname{sen} \delta}{\cos h \cos \delta}$$

Para que este valor sea nulo, será necesario que el numerador lo sea, es decir que,

$$\operatorname{sen} \varphi - \operatorname{sen} h \operatorname{sen} \delta = 0$$

de donde
$$\operatorname{sen} h = \frac{\operatorname{sen} \varphi}{\operatorname{sen} \delta}$$

si h tiene este valor, la derivada

$$\frac{dA}{dt} = 0$$

Este fenómeno solo tiene lugar para aquellas estrellas circumpolares cuya declinación es mayor que la latitud i se verificará en el punto en que el círculo vertical es tanjente al círculo paralelo descrito por la estrella; en este caso es cuando *la estrella está en su mayor digresión o en el máximun de su elongacion.* (Véase fig. 6).

Resolviendo el triángulo determinado por el polo, el zenit i la estrella, tendremos:

$$\text{sen}\,(90^\circ - \phi) = \frac{\text{sen}\,(90^\circ - \delta)}{\text{sen A.}}$$

$$\text{sen A} = \frac{\cos\delta}{\cos\phi} \qquad (1)$$

$$\cos\ t = \frac{\text{tanj}\ \phi}{\text{tanj}\ \delta} \qquad (2)$$

$$\text{sen h} = \frac{\text{sen}\ \phi}{\text{sen}\ \delta} \qquad (3)$$

Hagamos una aplicacion de esta fórmula a nn caso:

La latitud que hemos encontrado para Los Andes, es $\phi = -32°53'\,4'',68$; calculemos para este lugar el momento del máximun de elongacion de β Hidra para el dia 26 de Noviembre de 1896.

El Conocimiento de los Tiempos para 1896 da los siguientes datos.

β. Hydre mâle. Mag 2, 8

Ascension recta...... $AR = 0^h\ 20^m\ 25^s \phi\ 43.$

Declinacion austral.. $\delta^s = -\ 77°\ 50'\ 7'',0$

Determinemos el azimut.

$$\text{sen A} = \frac{\cos\delta}{\cos\phi} = \frac{\cos 77^\circ\ 50'\ 7''}{\cos 32^\circ\ 53'\ 4,''68}$$

$$\log.\cos\delta = \overline{1},3237118$$
$$-\log.\cos\phi = \overline{1},9241581$$

$$\log.\text{sen A} = \overline{1},3995537$$
$$A = 14.°31'\,7'',32$$

La hora en que se verificará el máximun de elongacion será:

$$\cos t = \frac{\text{tanj.}}{\text{tanj. } \delta} = \frac{\text{tanj. } (-32^\circ\ 53'\ 4',\ 68)}{\text{tanj. } (-77^\circ 50'\ \ 7'')}$$

$$\begin{aligned} \log.\ \text{tanj.}\ \varphi &= \bar{1},8106012 \\ \log.\ \text{tanj.}\ \delta &= -0,6663751 \\ \hline \log.\ \cos.\ t &= \bar{1},1442261 \end{aligned}$$

$$t = 81^\circ\ 59'\ 15''$$
$$t = \overset{h}{5}\ \overset{m}{27}\ \overset{s}{57},0$$

La altura será:

$$\text{sen } h = \frac{\text{sen. } \varphi}{\text{sen. } \delta} = \frac{\text{sen. } 32^\circ\ 53'\ 4''68}{\text{sen. } 77^\circ\ 50'\ 7''}$$

$$\begin{aligned} \log.\ \text{sen}\ \varphi &= \bar{1},7347592 \\ -\log.\ \text{sen}\ \delta &= \bar{1},9901367 \\ \hline \log.\ \text{sen}\ h &= \bar{1},7446225 \\ h &= 33^\circ\ 44'\ 23''05 \end{aligned}$$

Resumiendo tendremos para β Hidra, los siguientes datos:

Azimut........... $A = 14^\circ\ 31'\ 7'',\ 32$

Ángulo horario.. $t = \overset{h}{5}\ \overset{m}{27}\ \overset{s}{57},\ 00$

Altura............ $h = 33^\circ\ 54'\ 23,''05$

Como las ascension recta es de $\overset{h}{0}\ \overset{m}{20}\ \overset{s}{25},\ 43$, habrá que agregar esta cantidad al valor obtenido para t i la observacion tendrá lugar ol oeste. Luego la hora sideral en que se verificará la elongacion máxima al oeste será: $\overset{h}{5}\ \overset{m}{48}\varphi\ \overset{s}{22},\ 43$.

Como el ángulo horario en que debe verificarse la elongacion al éste es simétrico, tendremos que para obtener la hora sideral de esta elongacion, bastará multiplicar por dos el valor del ángulo horario, restar esta cantidad de 24 horas i este valor agregarlo a la hora de la primera elongacion; así tendremos:

$$5^h\ 27^m\ 57^s \times 2 = 10^h\ 55^m\ 54^s$$
$$24^h - 10^h\ 55^m\ 54^s = 13^h\ 4^m\ 6^s,0$$

$$\begin{array}{r} 13^h\ 4^m\ 6^s \\ +\ 5\ 48\ 22\ 43 \\ \hline 18^h\ 52^m\ 28^s,43 \end{array}$$

Luego el máximum de elongacion al este, tendrá lugar a las $18^h\ 52^m\ 28^s,43$ de tiempo sideral.

Resumiendo todos los datos, podremos formar el siguiente cuadro:

Máximun de elongacion de β *Hidra*

Mag. 2, 8; Æ $= 0^h\ 20^m\ 25^s,\ 43$; $\delta = -\ 77°\ 50'\ 7''\ 00$

Latitud φ.	Tiempo sideral de la observacion		Altura h.	Azimut A.
	Al Este	*Al Oeste*		
32° 53' 4," 68	$18^h\ 52^m\ 28^s\ 43$	$5^h\ 48^m\ 22^s,43$	33° 44' 23," 05	14° 31' 7," 32

Si se calcularan los valores *A*, *h* i *t* para diferentes latitudes, de grado en grado, por ejemplo, se podria formar una tabla que facilitaria estas observaciones. Del mismo modo se podria calcular las elongaciones máximas de una série de estrellas circumpolares i obtener para todas las horas de cada dia, el medio de determinar el meridiano astronómico por este método.

Para hacer una observacion de esta clase, es necesario que el operador conozca la estrella que va ha observar, para lo cual podrá ayudarse de un mapa celeste del hemisferio sur.

Si se quiere tener el azimut de un objeto terrestre, bastará orientar el teodolito con este objeto, iluminándolo en la noche; en el momento del máximun de elongacion se lee el ángulo formado por la visual dirijida al objeto con la de la estrella; como se conocerá de antemano el azimut de la estrella, bastará, segun la posicion del objeto con que nos hayamos orientado, agregar o quitar este azimut, segun la observacion, si se ha practicado al este o al oeste. Será fácil en cada caso, ver la operacion que deberá practicarse para obtener la direccion del meridiano.

2.° método para determinar el meridiano

Se observa una estrella zenital i se calcula con el paso de ella por el hilo medio, la correccion aproximada del reloj; una vez conocida la correccion, se observa una estrella vecina al polo, ya sea en su pasaje superior o inferior i en el momento en que el reloj, correjido en la hora por la primera observacion, indique el momento del paso de la polar por el meridiano, se lleva por medio del tornillo de tanjencia, el hilo vertical, sin colimacion a la estrella; unos pocos segundos de aproximacion permiten colocar el anteojo mui exactamente en el meridiano, por cuanto el movimiento de los polares es mui lento. Despues no se moverá mas el tornillo del círculo azimutal i se trabajará con el teodolito como si fuera un anteojo meridiano. Una vez puesto en el meridiano, por medio de la polar, se determinará una nueva correccion mas exacta del reloj, por medio de otra observacion de estrella zenital; pero, como jeneralmente no se encontrará en la hora de la observacion una estrella zenital, se determinará la correccion en aquellas estrellas que se acerquen al zenit i luego se observarán algunas estrellas vecinas al horizonte i en el instante en que marque la hora correjida del estado del reloj; para el paso de esas estrellas por el meridiano, se lleva el hilo vertical sin colimacion al punto donde se encuentra la estrella: dos o tres observaciones bastan para poner así el anteojo en el meridiano.

Basta un poco de práctica para ejecutar esta operacion en unos pocos minutos.

Este método es el que se ha empleado siempre por esta Comision.

Siempre que ha sido posible se ha fijado el azimut de un objeto terrestre i al efecto se han construido pilares donde se colocaba una señal que se iluminaba durante la noche. Conocido el azimut de estos pilares, bastaba observar el paso de una sola polar para colocar el anteojo con mucha exactitud en el meridiano.

LATITUD

Las latitudes se han determinado combinando las alturas meridianas de estrellas que culminan al norte i al sur del zenit, i despues se ha tomado el valor medio de los resultados que se han obtenido por séries practicadas a ámbos lados del zenit.

Las dferencias de las distancias zenitales meridianas de dos estrellas, de las que una culmina al sur i otra al norte del zenit, conduce a la determinacion de la latitud cuando se conoce la declinacion de dichas estrellas.

Representemos por:

ϕ la latitud del lugar de observacion; Z_s la distancia zenital de la estrella; i por δ_s la declinacion de una estrella que culmina al sur del zenit, i por:

Z_n i δ_n, la distancia zenital i la declinacion de una estrella que que culmina el norte del zenit. Se tendrá: (*Fig.* 7)

$$(1)\quad \begin{cases} Z_s^1 = \delta_s - \phi \\ Z_n = \phi - \delta_m \end{cases}$$

restando miembro a miembro

$$Z_n - Z_s = \phi \quad - \delta_r + \phi - \delta_s$$
$$Z_n - Z_s = 2\,\phi - (\delta_n + \delta_s$$

de donde

$$\phi = \tfrac{1}{2}\,(Z_n - Z_s) + \tfrac{1}{2}\,(\delta_n + \delta_s);$$

lo que nos dice: *que la latitud es igual a la semi-diferencia de las dstancias zenitales observadas, mas la semi-suma de las declinaciones.*

Si se quiere determinar la latitud con la observacion aislada de una sola estrella en el meridiano, se procederá como sigue:

Si se conoce la distancia zenital meridiana de una estrella i el anteojo del teodolito está en el meridiano, es fácil deducir la latitud; pero la latitud misma que se trata de determinar entra, como se vé en las fórmulas (1) que dan la distancia zenital de la estrella; por consiguiente, será necesario tener a mano un mapa cualquiera del lugar que indique la latitud con una aproximacion mediana. Tambien se podrá observar una estrella conocida; unos pocos minutos de aproximacion bastarán para que las estrellas que se observen primero, caigan en el campo de vista del anteojo. Con ayuda de una de éstas, se determinará un valor mas exacto para ϕ i en las observaciones siguientes se tendrá la seguridad de que la estrella que caiga en el campo de vista, es la que se trata de observar i que indicará «El conocimiento de los Tiempos».

Una vez conocida aproximadamente la latitud i colocado el anteojo en el meridiano, se calcularán las distancias zenitales de las estrellas fundamentales, dadas en la Connaissance des Temps o el Nautical Almanac, del modo siguiente:

1.° Si la estrella tiene declinacion boreal, se suma la latitud aproximada con la declinacion dada por alguna de las efeméri-des anteriores, la que dará la distancia zenital (fig. 8).

$$Z = \varphi + \delta$$

2.° Si δ es austral i menor que φ (fig. 9) se tendrá:

$$Z = \varphi - \delta$$

3.° Cuando δ es austral i mayor que φ (fig. 10) se resta la latitud de la declinacion; luego:

$$Z = \delta - \varphi$$

Si se trata de determinar la distancia zenital de una circumpolar en su pasaje inferior se aplicará la última fórmula, pero se reemplazará δ, por $180^\circ - \delta$ i se tendrá:

$$Z = (180^\circ - \delta) - \varphi$$

CÁLCULO DE LAS LATITUDES

Cuando una estrella pasa por el meridiano, la tanjente al paralelo que describe es horizontal; en esa posicion desaparece el movimiento vertical; si se lleva el hilo horizontal del retículo a la estrella de modo que quede visecada por él, la estrella en su trayectoria por el anteojo deberá recorrer este hilo; en caso contrario, deberá hacerse que el hilo sea horizontal por medio de los tornillos de correccion del retículo.

Si se conoce la distancia zenital de una estrella en el momento de su paso por el meridiano, se deducirá la latitud por medio de las fórmulas dadas en el párrafo anterior. La declinacion se obtendrá en el «Conocimiento de los Tiempos».

Las distancias zenitales leidas en el círculo vertical, deberán correjirse de la refraccion i para todos los casos se hará la lectura del nivel que acompaña al círculo vertical i que indica la inclinacion del cero del círculo.

Para calcular la refraccion se deberá tomar en cada observacion la temperatura i la altura barométrica. Veamos ahora, cómo se practica el cálculo.

El dia 16 de Febrero de 1897, se observó, en la Ligua, la polar 3274 de Lacaille en su pasaje superior, i se obtuvieron los datos siguientes:

3,274 *Lacailie* Mag. 6, 7 (P. S.)
Observacion al sur
1 division = 15"

Nivel. ϕ
Norte $= 5^{div}, 5$
Sur $= 5, 0$

diferencia 0, 5

Distancia zenital
$Z_0 = 54^\circ\ 23'\ 20''$

Como se ve en la figura 11, el norte está mas alto en la mitad de $\overset{div.}{0, 5}$, es decir a $\overset{div.}{0,25}$. Cada division del nivel vale 15", luego para tener la correccion por el nivel será necesario multiplicar $0,25 \times 15''$, lo que da 3", 75, es decir, que para tener la verdadera distancia zenital z_v, observada, hai que agregar 3", 75 a z_0, entónces tendremos:

$$z_v = 54^\circ\ 23'\ 23'', 75$$
$$h_v = 35^\circ\ 36'\ 36'', 25$$

El valor de la refraccion para esa altura, se obtiene por la tabla I del Conocimiento de los Tiempos (páj. 658) que da:

Refraccion para 35° = 1' 23", 1
Diferencia para 10'...... = 0", 59; para 1' = 0,"05

Reduciendo los segundos a fraccion de minutos se tendrá·
23", 75=0', 39 i en seguida:
diferencia para 23', 39=23, 39×0,05=1", 17.

Como disminuye la refraccion del horizonte al zenit donde es nula, será preciso disminuir esta última cantidad del valor obtenido para la altura de 35.° i se tendrá:

Refraccion para 35.° 36'. 36", 25=1', 23",—1." 17
=1'. 21", 93

Este valor de la refraccion es para la presion barométrica de 0,760 m. i para+10.° de temperatura. El barómetro marcaba en el momento de la observacion 0,756 m. i el termómetro centígrado, +16.° de temperatura; por esta diferencia de temperatura i presion, habrá que correjir el valor obtenido para la refraccion,

En la tabla II para el Conocimiento de los tiempos, se tienen los siguientes factores para la temperatura i presion:

Barómetro, 0,756, factor=0,995.
Termómetro+16.° „ 0.978.

Producto de los factores = 0,9731

Reduzcamos a segundos el valor de la refraccion obtenida ántes i multipliquemos por el factor; obtendremos:

81", 93×0,973=79", 72=1', 19". 72;

luego el valor de h, correjida del nivel i de la refraccion, será:

h=35.° 36'. 36", 25—1'. 19", 72.
h=35.° 35' 16, 53

Z=54.° 24' 43". 47.

La declinacion de la 2 ϕ 374 de Lacaille, para el 16 de Febrero, es: $\delta = -86.^\circ\ 51'\ 59''.\ 4.$

Calculemos ahora ϕ. con estos datos; tenemos: $\phi = \delta - Z$

$$\begin{array}{rl} \delta = & -86.^\circ\ 51'.\ 59'',\ 40 \\ -Z = & \underline{\ \ 54.\ \ 25.\ 43,\ 47.} \\ \phi = & -32.^\circ\ 27'\ 15'',\ 93. \end{array}$$

Este es el valor de la latitud de Ligua, referida al pilar del observatorio, ubicado en la Estacion del Ferrocarril de Calera a Ligua i Cabildo.

Tomemos ahora una estrella de declinacion boreal, para formar pareja con la austral anterior. Ese mismo dia se observó la estrella 6 Ecrevise i dió:

$$\begin{array}{lrl} \text{Nivel}_{\text{div}} & & \\ \text{Norte} & = & 5.\ 0 \\ \text{Sur} & = & \underline{5.\ 0} \\ \text{diferencia} & = & 0. \end{array} \qquad Z_0 = 60.^\circ\ 30'.\ 35''$$

$$h_0 = 29.^\circ\ 29.\ 25'',\ 0.$$

Refraccion para $29.^\circ = 1'.\ 44'',\ 80$. Variacion para $10' = 0'',69$.

$$\begin{array}{ll} \text{Refr. para} & \underline{29'.\ 25'' = -2'',\ 35.} \\ \text{Valor refraccion} & = \quad 1'.\ 42'',\ 45 = 102'',\ 45; \end{array}$$

factor por temperatura i barómetro=0,973.

Luego tendremos:
refraccion correjida de temperatura i presion$=102'',\ 45 \times 0.973 = 99'',\ 68$; finalmente verdadero valor de la refraccion$=99'',62\ \sqrt{\phi} = 1'.\ 39'',\ 68\ \phi$. Por consiguiente, el verdadero valor de la distancia zenital será:

$$\begin{array}{rl} Z_0 = & -\ 60.^\circ\ 30.'\ 35'',\ 00 \\ \text{Refraccion} = & \underline{\ \ +\ \ 1'\ \ 39,\ \ 68} \\ Z = & -60^\circ\ 32'\ \ 14''\ \ 68 \end{array}$$

Para este caso se tiene: $\phi = z - \delta$

$$\begin{array}{l} z = -60.^\circ\ 32'.\ 14''.\ 68. \\ \delta = \quad 28.\ \ 4.\ 57.\ 92. \\ \hline \phi = -32.^\circ\ 27'.\ 16''.\ 76. \end{array}$$

Tomemos el valor medio de las dos latitudes obtenidas por ámbas observaciones al norte i al sur del zenit, tendremos:

Observacion al Sur.	2374 Lacaille	$\phi = -32.^\circ\ 27'.\ 15'',\ 93.$
,, ,,	norte. 6 Ecrevisse	$\phi = -32.\ 27.\ 16,\ 76.$
		$2\ \phi = -64.^\circ\ 54'.\ 32'',\ 69.$
Término medio del valor.............		$\phi = -32.^\circ\ 27'\ 16'',\ 345.$

Luego el valor ϕ de la latitud de la Ligua es:

$$\phi = 32.^\circ\ 27'.\ 16'',\ 345$$

La ventaja que se obtiene con la determinacion de la latitud de un lugar, empleando el sistema de parejas, es decir, de dos estrellas que culminan al Sur i al Norte del Zenit, a la misma distancia aproximativamente, consiste en que por este medio se eliminan los errores de índice.

Siempre se deberá leer con todos los nuñez, exactamente opuestos uno del otro, para eliminar así los errores de exentricidad i tomar en seguida el término medio de las sumas de las lecturas hechas con todos los nuñez.

(Continuará)